COSIMO BARTOLI

GENTIL'HVOMO, ET ACCADEMICO FIORENTINO,

DEL MODO DI MISVRARE

le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le prouincie, le prospettiue, & tutte le altre cose terrene, che possono occorrere a gli huomini,

Secondo le uere regole d'Euclide, & de gli altri piu lodati scrittori.

IN VENETIA, Per Francesco Franceschi Sanese. 1564.



Con Priuilegio della Illustrissima Signoria di Venetia, per Anni XV.

NOMI DELLI SCRITTORI,
de quali si è seruito lo Autore
in questa opera.

ORONTIO *Fineo.*
ALBERTO *Durero.*
ARCHIMEDE.
EVCLIDE.
GEMMA *Frisio.*
GIOVAN *Roia.*
GIOVANNI *Stoflerino.*
LEONBATTISTA *Alberti.*
GEORGIO *Perurbachio.*
PIETRO *Appiano.*
PROSPETTIVA *comune.*
TOLOMEO.
VITVLLIONE.
VITRVVIO.

ALLO

ILLVSTRISSIMO ET ECCELLENTISSIMO S. IL S. COSIMO DE MEDICI, DVCA DI FIRENZE ET DI SIENA, SIG. ET PATRONE MIO OSSERVANDISSIMO.

QVANTO la Eccell. V. Illust. habbi ſempre con il fauorire coloro, che hanno dato opera alle uirtuti, porta occaſione a tutti gli huomini di eſercitarſi, & nelle arti, & nelle ſcienzie, non è neſſuno, che chiaramente non lo conoſca. Veggonſi i frutti del celebratiſsimo ſtudio Piſano già molti, & molti anni ſono, ſparſi per tutta Italia. Appariſcono in uarii luoghi per lo Stato di V. E. le lodatiſsime impreſe delle muraglie, delle Sculture, & delle Picture, & di molti altri eſercizii, che ſono quaſi infinite, che dalla honoratiſsima Scuola de uirtuoſi nutritiſi, & eſercitatiſi ſotto l'ombra di V. Eccell. Illuſt.

hanno fatto, & continuamente fanno, non solamente honore, & utile al presente Secolo; ma giouamento, & lume grandissimo al futuro. La onde si puo facilissimamente giudicare, che V. Eccell. hauendo conosciuto sino da primi anni, mediante il suo purgatissimo giudizio essere uero il detto di Socrate, che si come la Igno ranzia, è il sommo male degli huomini, cosi la Scienzia si troua essere il sommo bene, habbi uoluto con hauere in protettione, & amare tutti i uirtuosi, esortando, & instigando quelli, che attendono alle arti; con dar' loro occasione di mettere in atto le lodeuoli inuenzioni, de belli ingegni loro, & premiando & accarezzando quelli altri, che Padroni delle scienzie, possono insegnandole giouare a molti; purgare il mondo dalla ignoranzia, & riempiendolo di bellissime arti, & sacrosante scienzie, ridurre gli huomini al sommo bene. Esempio ueramente di lodatissimo & grandissimo Prencipe, che immitando il Creatore del tutto si ingegni di scompartire, & per se stesso, & per le seconde cause ancora, piu largamente, & piu uniuersalmente, che ei puo i doni delle grazie sue; come inuero ha fatto sempre per il passato, & fa continuamente V. Eccell. Illustr. alla quale non è bastato di fare questo solamente con lo esempio della innocentissima, & esemplarissima uita sua; ma con il riconoscere, & premiare grandemente infiniti Virtuosi, seruendosi di loro come di tante membra, o mani quasi come poche fussino le proprie, & particulari concesse a V. Eccell. Illust. dalla Natura, per spargere piu uniuersalmente, & piu largamente per tutto i doni delle

arti,

arti,& delle Scienzie,secondo il magnanimo,& alto con cetto di quella. Le quali cose conosciute da molti sono state cagione, che molti ancora si siano lodeuolmente esercitati in uarie sorte di studii, pensando non tanto di uolere(nel cercare di giouare a molti)procacciarsi qual che Fama, quanto che satisfare per quanto erano le for ze loro a V. Eccell. Illust. Infra i quali trouandomi io essere uno, ancor che minimo; confesso largamente, & nelle altre passate fatiche degli studii miei, già per l'ad dietro dedicate a V. Eccell. Illust. & in queste ancora, hauere desiderato grandemente, & desiderare hor piu che mai di sodisfarle. Ilche se mi sarà riuscito nello ha uere condotto in questa lingua i piu facili, & certi mo di, da potere con uere regole, & ragioni misurare qual si uoglia cosa grande,o piccola di qual si sia lontananza, altezza, larghezza, profondità, superficie, forma,o cor po, uicina, o lontana, potendo, o non potendo auicinar sele, che possa occorrere al Genere humano; lascierò giudicare a V. Eccell. Illust. la quale prego deuotissi mamente, che accettando queste mie fatiche, si degni al cuna uolta ricordarsi di me, come di fedelissimo, non meno che affezionatissimo seruo di Quella, alla quale nostro Signore Dio conceda sempre quel che piu desi dera. Di V. Eccell. Illust. il di 10. di Agosto del 1559.

Affezionatissimo Seruitore.

Cosimo Bartoli.

FRANCESCO FRANCESCHI
SANESE

A' BENIGNI LETTORI.

ARDENTISSIMO *è stato sempre il desiderio mio di mandar' alla stampa cose, che non solamente dilettino, ma che giouino ancora. La onde essendomisi porta occasione di potere stampar' i modi delle Misure di M. Cosimo Bartoli, giudicandole non meno diletteuoli, o vtili, che necessarie, mi è parso dare questa satisfattione, non tanto alla naturale mia intentione, quanto a coloro, che dilettandosi de gli studij delle buone arti, aspettano che continouamente le scientie eschino con quelle miglior regole, & maggiore facilità, che desiderare si possino, in questa lingua. Parte delle quali, credo che vedranno in questi scritti coloro, che dilettandosi delle Matematiche, li leggeranno accuratamente. Godeteui adunque delle presenti fatiche, o studiosi, mentre che io procurerò di farui parte di alcune altre opere non meno diletteuoli, che vtili, lequali io spero in breue, per benignità de belli ingegni, che in esse continouamente si affaticano, di porre in luce.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE

DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo,& Academico Fiorentino.

LIBRO PRIMO.

Proemio,ouero intentione dello Autore. Cap. I.

NELLO *esaminare le cose delle misure, infra molte, che me ne occorsono, & che mi paruono vtili, & necessarie, come che molte mi se ne offerissero, che io giudicassi, che potessero arrecare non solamente diletto, ma giouamento, & vtilità non piccola al genere humano, quattro furono le principali. La prima fu il misurare delle distanzie, che in qual si voglia modo ci potessino occorrere, ò per larghezza, o per lunghezza, o per altezza, o per profondità. La seconda il misurare qual si voglia sorte di superficie, o di piano. La terza il misurare de corpi, così regolari, come inregolari. Et la quarta il misurare vna Prouincia di* 400. *o* 500. *miglia per lunghezza, & per larghezza da poterla disegnare in piano, con le sue Città principali, Terre, Castella, Porti, Fiumi, Liti, & altre cose di essa più notabili. Et però nel primo libro seguendo lo ordine dello Orontio (non mi sottomettendo però in tutto alla traduttione) deliberai di trattare delle distanzie. Nel secondo delle superficie,*

o uogliamo dire de piani. Nel terzo de corpi. Nel quarto, seguendo Gemma Frisio, & altri mi parue di trattare del modo da descriuere le Prouincie in piano. Et se ben quanto alla pratica della Geometria mi pareua che questi quattro libri fussino a bastanza, conciosia che non poteua occorrere cosa alcuna, a qual si uoglia persona, che con queste regole non si potesse, o misurare, o ritrouare. Nondimeno atteso che io mi ero ingegnato seguendo lo ordine de piu lodati scrittori di prouare con ragioni le misure che si descriuono, & nel prouarle allegando gran parte delle dimande, & de concetti, & delle proposte di Euclide, come che dette misure si siano tutte da lui con fondamento cauate; mi deliberai di non fuggire la fatica di mettere in questa lingua, quelle parti di loro, che per le pruoue si erano citate: accioche qual si uolessi curioso ingegno, potessi mediante questi miei scritti, satisfarsi nel uedere in fonte il uero delle cose trattate. Aggiunsi adunque alli primi quattro libri il quinto, doue sono non solamente le dimande, i concetti, & le proposte, citate nelle dimostrationi per pruoue, ma quelle ancora che da loro dependono, chiamando spesso l'una l'altra, come ben sanno coloro, che dilettandosi di Euclide, lo hanno spesso per le mani. Pareuami ueramente questo quinto libro necessario, nondimeno stetti piu uolte con lo animo sospeso, se io doueuo aggiugnerlo a questi miei scritti, o pur lasciarlo indietro, peroche essendoci Euclide come molti sanno tradotto, mi pareua una fatica con poca mia satisfattione, & forse di altri. Ma due cose finalmente mi fecero risoluere di arrogerlo a queste mie fatiche; la prima le persuasioni del ualoroso Signore il Capitan Francesco de Medici, non men studioso che affezionato di simili sorte di study: & la altra la comodità dello uniuersale, perche chi harà questi miei scritti per le mani, potrà senza hauere a portarsi dietro Euclide restare satisfatto del tutto, per quanto occorre

a dette

a dette misure. Paruemi ancora molto utile, & di giouamento non piccolo lo arrogerci il sesto libro, & mettere in esso le regole del cauare le radici, cosi quadrate, come cubiche; che in molti luoghi sono necessarie a uoler ritrouare, o cauare le misure, che ne tre primi libri si sono trattate. Ne uolli ancora che mi paressi fatica arrogerci in ultimo la regola delle quattro proporzionali, cioè delle tre cose, per satisfattione di coloro, che se bene hanno in qualche modo notitia, si come interuiene alla maggior parte de gli huomini, di raccorre, multiplicare, & partire; non hanno però in pratica il modo del cauare di qual si uoglia numero, le radici quadrate, o cubiche; nè di ritrouare mediante i tre termini, o numeri noti, il quarto proportionale che fussi loro incognito, o nascoso. Nel descriuere le quali cose essendo io andato principalmente dietro alla utilità, & comodità de gli huomini, piu che a nessuna altra cosa, prego ciascuno, & massimo coloro, che attendendo forse piu alla lingua, che alla utilità dell'arte, o della scienza, riprendono spesso a torto, con loro non molto giudicio, & poca satisfattion di altri, i nomi & le uoci che non paiono loro riceuute dallo uso comune, nè approuate, ma nuoue, che mi sia concesso usare Schianciana per linea a schiancio. Paralella per linea ugualmente distante da una altra, Radice Cubica, & alcune altre uoci simili; riceuute nondimeno, & da moderni, & da gli antichi ancora, come ben sanno coloro, che sono, o nati, o nutriti nella città di Firenze; & che hanno in pratica gli scritti delle cose Matematiche, o Arismetiche delli scrittori nostri antichi, cosi come de moderni: de quali ce ne son pure assai, che per ancora non son uenuti alla stampa. Ma basti questo per hora quanto a tal materia; rimettendomi nondimeno, nel giudicio migliore di tutti coloro, che piu sanno; & che non da malignità, ma dalla uerità della cosa fussino spinti a uolerne riprendere, per benefício dello uniuersale, al purgato giudicio

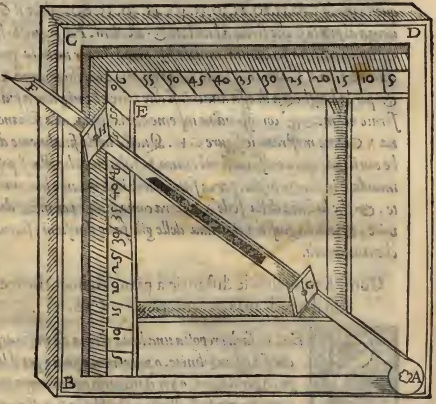
to giudicio de quali mi sottometterò sempre, molto uolentieri.

Come si faccia un quadrante instrumento commodissimo per misurare le distanzie. Cap. II.

ANCORCHE *le distanzie si possino ritrouare per uarie uie, & mediante diuersi instrumenti, de quali racconteremo parte. Il quadrante nientedimeno è, per queste attioni, instrumento piu di tutti gli altri accomodatissimo; perilche hauendo a seruirci di esso, non mi pare cosa inconueniente, dire con maggior breuità che sarà possibile il modo del farlo. Apparechinsi quattro regoli di alcun legno durissimo, atto non si torcere, & questi si arrechin allarghezza & a grossezza, lauorati diligentissimamente, & lunghi ugualmente, si attestino di maniera insieme, che l'uno con l'altro faccia sempre angolo a squadra; & che le facce loro uenghino a piano. Questi regoli uorrebbono esser lunghi almanco due braccia, acciò nello operare poi ci uenisse la operazione piu giusta. Commessi insieme questi regoli talche faccino un quadro perfetto, scelgasi la faccia piu pulita, & in quella si tiri una linea diritta da tutte quattro le facce, che sia non molto lontana dal canto uiuo di fuori, & in su le cantonate doue queste linee si congiungono insieme scriuasi* A B C D, *ricordandoci che dette linee debbon ugualmente discostarsi dal canto uiuo da per tutto; Posto dipoi un regolo dal punto* A *al punto* C *tirisi una linea a schiancio che sia* C E, *a ciascun de lati poi* A B *&* C D *si tirino ancora tre linee paralelle, le quali uadino a riscontrarsi nella già tirata schianciana* C E, *& che insieme con le* B C *&* C D *lascino tre interualli talmente proportionati fra loro, che l'uno sia sempre per il doppio piu largo che l'altro. Diuidinsi dipoi ciascun di questi lati,*

secondo

secondo la loro lunghezza in dodici parti uguali, & tenendo una testa del regolo sempre ferma al punto A, *traportandolo con l'altra a tutti i punti delle diuisioni, tirinsi da detti punti alcune lineette infra detti tre interualli, a schiancio che sieno paralelle alla* C E; *& che non passino le linee* B C *&* C D, *&* *ciascuna di esse dodici parti dipoi si ridiuiua in cinque parti uguali; & da detti punti tirinsi le diuisioni come l'altre, ma che intraprendino a punto duoi interualli. Et in questo modo qual si è l'uno de lati,* B C *&* C D *sarà diuiso in 60.*

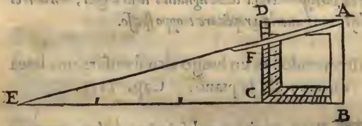


parti percioche 5.uie 12.o 12.uie 5. fa 60. Potraßi ancora ridiuidere l'ultimo interuallo, cioè il piu di fuori, che è il piu ſtretto in due parti uguali, & ciaſcuna di eſſe ſarà.30. minuti di un grado, ouero ciaſcuna delle.60.in.3.parti uguali & ciaſcuna di eſſe ſarà.20.minuti: o in.4. & ciaſcuna ſarà.15. minuti. Et coſi ſi potrà ridiuidere ſucceßiuamente in quante parti noi uorremo qual ſi è l'una di dette parti ſecondo ci piacerà; o che tornerà commodo alla gràdezza dello inſtrumento. Infra il primo interuallo dell'uno & dell'altro lato, cioè nel piu largo ſcriuinſi i numeri cominciando dal B *& dal* D *in queſto modo 5.10.15.20.25.30.35.40. 45. 50. 55. 60. talche il 60. uenga al punto* C *che ſerua a l'un lato & all'altro. Fatto queſto facciſi una linda che ſia diritta, uguale, & piana da per tutto, la quale chiameremo* A F, *almanco tanto lunga quanto è la ſchianciana* A C *& per la lunghezza di eſſa attachinſi due mire che uèghino a punto forate nel mezo & corriſpondino inſieme con la linda, alla ſchianciana* A C *come moſtrano le figure* G H. *Queſta linda finalmente debbe con il ſuo centro conficcarſi nel centro* A, *talmente che ella ſi poſſa mandare in ſu, & in giu, per la faccia dello inſtrumento liberamente, & che la linea della fede* A F *corra come ſi diſſe per mezo delle mire, & uadia giuſta a ciaſcuna delle già fatte diuiſioni, ſecondo che ci occorrerà.*

Come ſi miſurino le diſtantie a piano di linee diritte con il quadrante geometrico. Cap. III.

SE CI *ſarà propoſta una linea diritta da miſurarſi, che ſia eſſenzialmẽte, o pure immaginata per il lungo, o per il largo, o per il trauerſo della campagna, come per modo di eſſempio ſarebbe la* B E. *Biſogna collocare il quadrante di maniera, che uno de ſuoi lati ſpartito, cioè il lato*

lato B C *uenga sopra il piano per lo lungo; & al diritto della propo=staci linea* B E *& che il* B *sia a punto al principio della linea che si harà da misurare; & l'una, & l'altra faccia del quadrante* A B, *&* C D, *stia a piombo sopra il piano. Pongasi dipoi l'occhio al punto* A *& abbassisi, o alzisi la linda talmente, che passando la ueduta per amendue le mire arriui alla fine della propostaci linea* E. *Fatto questo notisi doue la linda* A F *batta nel lato* C D: *che per modo di essempio diremo che batta nel punto* F. *Se la intersecatione* D F *sarà* 15. *di quelle parti uguali, che tutta la* C D *uguale ad essa* A D, *è* 60. *perche* 60. *corrisponde per quattro tanti al* 15. *La propostaci linea* B E *sarà lunga per quattro uolte esso lato* A B. *Adunque se il lato* A B *sarà un braccio; la propostaci linea* B E *sarà quattro braccia simili.*



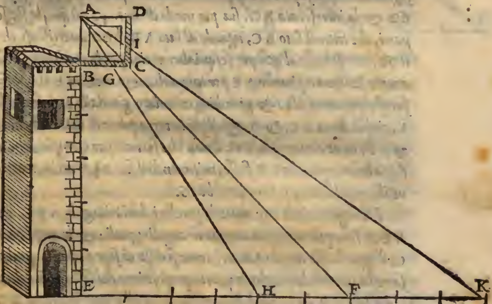
Per dimostratione delle cose dette, egli è chiaro che i duoi triangoli A B E, *&* A D F *sono di angoli uguali; conciosiache lo angolo* A E B *è uguale allo altro angolo* D A F *secondo che si proua per la uentinouesima del primo di Euclide; conciosia che la linea diritta* A E *taglia a trauerso le due* A D *&* B E *che sono paralelle. Lo angolo* B A E *ancora è uguale allo angolo* A F D *secondo la uetinouesima del primo. Peroche la* A F *pare che di nuouo tagli a trauerso le paralelle* A B *&* C D. *Lo altro angolo medesimamente* A B E *è pure uguale*

uguale all'altro A D F; *conciosia che l'uno, & l'altro è a squadra, o uogliamo dire retto. Et tutti gli angoli a squadra, o uogliamo dire retti, sono infra di loro, secondo la quarta petizione, o uogliasi dire dimanda di Euclide, uguali. Adunque i detti triangoli* A B E, & A D F *sono di angoli uguali. Et de triangoli di angoli uguali sono proporzionali quei lati, che sono intorno a gli angoli uguali: & quelle corde, o lati, che sono rincontro a gli angoli uguali, o uogliamo dir' sotto, sono nella medesima proportione secondo la quarta del sesto di Euclide. In quella medesima proportione adunque che corrisponderà la linea* A D, *alla* D E, *corrisponderà ancora la propostaci linea* E B *al lato* A B. *Questa dimostratione è bene, che si noti diligentemente: perche giouerà molto, a farne intendere le altre cose, che si hanno a trattare; conciosia che hauendo a prouare molte cose, mediante la corrispondentia della ugualità delli angoli, non uorrei esser' molesto con hauerlo a replicare troppo spesso.*

Come ritrouandosi in un luogo alto si misuri una linea diritta posta in piano. Cap. IIII.

S*E* SI *uorrà trouandosi in cima di alcuna torre, o a qualche finestra di qual si uoglia edifizio, posta sopra di una grã piazza, o sopra una campagna aperta, misurare una linea, che si uedesse à dirittura adiacere in terra, nel medesimo piano, disopra del quale la muraglia del detto edifizio, o torre si rilieua con angoli retti, o a squadra: faremo in questo modo. Diciamo, che la ritta torre sia* B E: & *la linea propostaci* E F, *ouero* E H, *o pure* E K, *l'altezza della quale stando ad alto al* B *si habbia a misurare con il quadrante Geometrico. Accomodisi il lato* A B *del quadrante per lo lungo; & per il ritto di essa* B E;

in maniera che A B, *&* B E *diuentando una linea sola, che sia* A E, *caschi a piombo sopra il piano detto, che sia* E H F K. *Posto di=poi l'occhio al punto* A, *alzisi, o abassisi la linda fino a che la ueduta correndo per amendue le mire, arriui alla fine della propostaci linea. Fatto questo auertiscasi il punto, nel quale batte la linda; la quale è forza che batta, o nel punto* C, *che è il mezo a punto infra il lato* B C, *& il lato* C D, *ouero nel lato* B C, *o nel lato* C D, *che altroue non puo battere. Quando ella batterà nel punto* C, *dicesi, che la pro=postaci linea da misurarsi* E F *è uguale alla altezza della torre* E A. *Et per sapere l'altezza della torre si potrà mandare da cima a terra un filo con un piombino, & misurare poi detto filo, il quale se sarà braccia per modo di dire* 24. *sarà ancora* 24 *braccia la linea* E F.



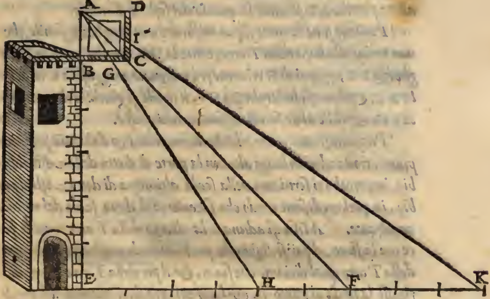
La ragione delle cose dette è che i duoi triangoli A B C, *&* A E F *sono di angoli uguali, percioche lo angolo* A B C, *è uguale allo ango=*

 lo A E F,

lo A E F, *& medesimamente lo angolo* A C B *è uguale allo angolo* A F E *secondo la già allegata uentinouesima del primo di Euclide. Et lo angolo* A, *è comune all'uno triangolo, & all'altro. Adunque per la medesima quarta del sesto, in quella proportione, che corrispon de il lato* A B *al lato* B C *corrisponderà la a piombo* A E *alla propo= staci linea* E F. *Ma i lati* A B *&* B C *sono fra loro uguali, concio= sia che ei sono lati di un medesimo quadrato; adunque la* A E *è an= cor essa uguale alla* E F. *Ma battendo la linda nel lato* B C *co= me sarebbe perauentura al punto* G, *& la propostaci linea da mi= surarsi fusse* E H, *è cosa certissima, che questa* E H *propostaci è piu corta dalla a piombo* A E, *la quale* A E *sarà in tale proportione alla* E H, *che è il lato del quadrante* A B *alla parte intersecata* B G. *Bi= sogna adunque sapere le diuisioni de lati del quadrante, che siano 60. & la intersecata* B G, *sia per modo di dire. 40. di queste stesse parti, che tutto il lato* B C, *uguale al lato* A B, *è 60. auertiscasi, che il 60. corrisponde al 40. per sesquialtera, cioè per la metà piu; sarà ancora la linea a piombo* A E *per una uolta, & mezo la* E H. *Mi= surisi dipoi con il filo, & piombino mandato giu dallo* A, *insino allo* E, *cioè la linea* A E, *& traggasi poi la terza parte di detta lunghez= za* A E, *ce ne rimarrà la* E H. *Come che seruaci per esempio, che la detta linea a piombo* A E *fusse, misurando il filo, 24. braccia, tratto= ne il terzo, la linea* E H *resterebbe 16.*

La ragione delle cose dette è, perche i duoi triangoli A B G, *&* A E H *sono pur medesimamente di angoli uguali; & lo angolo* A B C, *è uguale allo angolo* A E H *(come si disse di sopra) per la qual co sa resta secondo la gia detta quarta propositione del sesto di Euclide, che il lato* A B *ha la medesima proportione alla intersecatione* B G, *che ha la* A F, *alla* E H.

Replicasi la figura per commodità dell'occhio.



Ma se la linea batterà nel lato C D *dicasi, che batta nel punto* I, *& che la linea da misurarsi sia* E K *egli è chiaro, che essa* E K *è maggiore della detta a piombo* A E, *in quella medesima proportio= ne, che il lato* A D *è maggiore della intersecatione* D I *del lato* C D. *Perilche se il* D I *sarà* 40. *di quelle parti stesse, che il lato del qua= drante, è* 60. *sarà medesimamente la* A D *in proportione sesquial= tera, cioè della metà piu alla intersecatione* D I. *Perche la linea* E K *sarà per una uolta, & mezo la linea à piõbo* A E. *Talche essen do la gia detta linea* A E, 24 *braccia, la* E K *sarà braccia* 36 *simili.*

La ragione è, che i duoi trangoli A D I, *&* A E K *sono di angoli ancora essi uguali; perche lo angolo* D A I, *è uguale all'angolo* A K E, *& lo angolo* A I D, *è uguale allo angolo* E A K, *per la medesima uen tinouesima del primo di Euclide; & gli angoli* A E K, *&* A D I *so= no uguali; percioche ei sono à squadra. Come dunque il lato* A D

corrisponde al D I; *cosi corrisponderà ancora la propostaci linea* E K *alla a piombo* A E *secondo la quarta del sesto di Euclide.*

Perilche si uede come si puo misurare una lunghezza simile, che non arriui alla basa della Torre, come la H K, *perche presa la lunghezza* E K; *& poi di* E H, *come si è insegnato, traggasi la* E H, *della* E K, *& harassi la larghezza* H F, *il simile si giudichi di* H K, *& di* F H, *& delle altre simili, in simile modo poste.*

Puossi misurare ancora la medesima linea, o distantia posta in piano, trouandoci in luogo alto con la parte di dietro dello Astrolabio, imperoche ci seruiamo della scala altimetra di detto Astrolabio, in quel medesimo modo che faceuamo di detta scala del nostro quadrante. Misurisi adunque la altezza della Torre come si fece con la fune, dipoi si sospenda per lo anello lo Astrolabio di cima della Torre qual diciamo che sia A, *& il piè della Torre* E, *& dirizzisi la linda al punto* H, *& hauremo già duoi triangoli ad angoli retti uno, cioè* A E H, *& l'altro nella scala dello Astrolabio; de quali il lato* A E *già ci è noto, & è comune a l'uno & a l'altro triangolo, imperoche la* E, *uiene sul piombo della* A, *& lo angolo* E A H *è similmente comune, & glialtri lati loro saranno proportionali a gli altri lati secondo la quarta del sesto d'Euclide. Onde in quel modo che corrispõde lo intero lato della scala alle parti intersecate dalla linda, cosi farà la altezza notaci già della Torre, alla* E H *basa del triangolo* A E H. *Et per lo esempio, sia la Torre alta 24 braccia, & la linda interseghi le noue parti della scala, cosi come le dodici parti della scala corrispondono alle noue di detta scala, cosi le 24 della altezza della Torre, corrisponderanno alla distantia* E H, *che uerranno ad essere diciotto braccia. Et se si multiplicheranno le parti intersegate, per la altezza della Torre, & quel che ce ne uerrà si partirà per lo intero lato della scala, da quel numero che ce ne*

restera

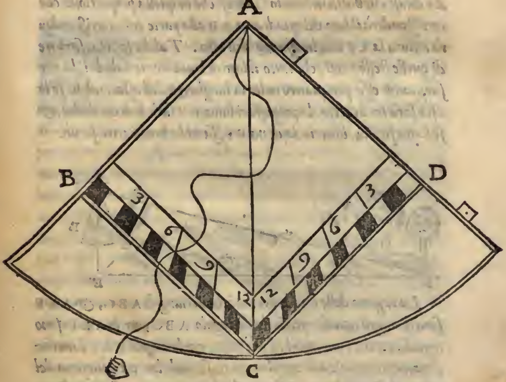
resterà, haremmo subito la distãtia E H. *Questa distantia, se di nuo uo si riguarderà, multiplicandola, cioè in se stessa, & facendo ancora il simile della altezza della Torre, & ponendo poi insieme l'uno & l'altro di questi numeri quadrati, faccendone una sola somma, & se ne cauerà poi la radice quadrata, haremmo a punto la distantia* A H. *Ma per tor uia a chi uorrà operare la fatica di cosi fatto calculo, si è posta nel sesto libro quando si tratta del modo del cauare le radici de numeri quadrati, una tauola molto commoda.*



Come si faccia il quadrante dentro alla quarta parte di un cerchio. Cap. V.

PIGLISI un pezzo di bossolo, di auorio, di ottone, o di quale altra materia si uoglia, pur che sia materia salda, & pulita, & in esso disegnisi la quarta parte di un cerchio, con due linee, che terminando detto cerchio si uadino a congiugnere insieme nel centro A *con angolo retto, o uogliamo dire a squadra, come dimostra il disegno* A B C D. *Diuidasi dipoi questa quarta del cerchio con una linea retta, che partendosi dal centro* A, *uadia al* C *mezo a punto dell'arco. Posto dipoi il regolo nel punto* C *in ciaschedun de lati* B A & A D, *si tirino due linee, cioè* C B *ugualmente lontana dalla* A D, & C D *lontana pure ugualmente dalla* A B: *talche il quadrato sarà* A B C D *diuiso per il mezo dal diametro* A C. *Tirinsi dipoi due altre linee sotto le linee* B C, & C D *paralelle alle gia tirate, dalla parte di uerso il centro, che infra tutte tre lascino fra loro duoi interualli l'uno de quali, quello cioè che è piu uicino alla* A *sia il doppio piu largo, che l'altro. Dipoi si diuida ciascuno de lati* B C, & C D *in quattro parti uguali fra loro, & posto il regolo al centro* A, *mouendolo per qual si uoglia delle fatte diuisioni, o punti, tirinsi lineette infra i detti interualli, in uerso il centro, dalla prima, alla terza linea. Ciascuna di esse quattro parti si ridiuida di nuouo in altre tre parti infra loro uguali, tirando le lineette, come delle altre si disse sempre uerso il centro* A *dal* B C, & *dal* C D; *ma che non passino lo interuallo minore: & saranno le parti del lato* B C 12, & 12 *ancora le del lato* C D. *Mettinuisi dipoi nelli spazi delli interualli maggiori i loro numeri, cominciando da punti* B, & D, *andando uerso il* C, *distribuendoli con questo ordine* 3.6.9. 12. *talmente che il* 12. *dell'un lato, & dell'altro*

l altro termini nel punto C. *Puoßi nondimeno ridiuidere la duodeci ma parte di qual ſi uoglia lato, di nuouo in cinque parti uguali, pure che ce lo comporti la grandezza dello inſtrumento, tanto che ciaſcun lato di detto ſia diuiſo in parti.60.come ſi fece nel quadrante paſſa= to. Faccinſi dipoi due mire, forate come ſi uſa, & ſi commettino per teſta della faccia, l'una preſſo all'* A, *& l'altra preſſo al* D, *ugual= mente diſtanti, & a dirittura. Attachiſi dipoi un filo di ſeta al cen tro* A *con un piombinetto da piede, che eſca quanto ſi uoglia della cir conferentia, come uedi nel diſegno.*



Se ci sarà proposta una linea, che la uogliamo misurare cõ questo quadrante, faremo in questo modo. Sia la propostaci linea E F, *rizzeremo da una delle teste proposteci, una asta a piombo di una determinata, & a noi nota altezza, o misura, cioè alla* E, *& sia* A E, *al termine di sopra della quale asta accomodisi lo angolo del quadrante* A, *alzisi dipoi, o abbassisi il quadrante, lasciato andare il filo col piombo libero, doue ei uuole, fino a tanto, che la ueduta dell'occhio, passando per amendue le mire, arriui allo altro termine della propostaci linea, cioè allo* F. *Fatto questo considerisi, doue batta il filo nel lato* B C, *conciosia che il piu delle uolte batterà in esso. Et dicasi, che batta nel punto* G, *dicesi che in quella proportione, che corrisponderà il lato del quadrante* A B *alla parte* B G, *corrisponderà ancora la* E F *alla lunghezza dell'asta. Talche se* B G, *sarà tre di quelle stesse parti, che tutto il lato del quadrante è dodici, la* E F *sarà ancor essa per quattro uolte la lunghezza dell'asta, talche se la asta sarà tre braccia, la propostaci linea* E F *sarà braccia dodici, & se l'asta fussi .4. braccia, la detta* E F, *sarebbe braccia .16. simili.*



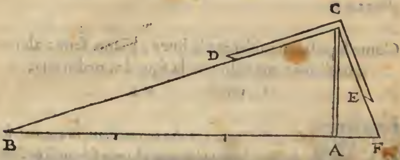
La ragione delle cose è, perche i duoi triangoli A B G, *&* A E F *sono di angoli uguali: percioche lo angolo* A B G, *& lo* A E F *sono uguali; perche l'uno, & l'altro è retto, & lo angolo* E A F *è medesimamente uguale allo angolo* A G B, *secondo la uentinouesima del primo di Euclide; conciosia che il filo* A G *a trauersa, o uogliamo dire*

dire interſeca la A D, *&* *la* B C, *che ſono fra loro paralelle. Adunque l'altro angolo* A F E *è uguale allo altro* B A G *ſecondo la trentuneſima del primo. I triangoli adunque* A B G, *&* A E F *ſono di angoli uguali; &* *quei lati che ſono intorno ad angoli uguali, ſono fra loro proportionali ſecondo la quarta del ſeſto. Come corriſponde adunque* A B *alla* B G, *corriſponde ancora la* E F *alla lunghezza* A E.

Come ſi poſsino miſurare le linee a piano ſenza alcuno quadrante, ma ſolo con la ſquadra ordinaria. Capitolo VI.

SE ALCVNA *uolta occorreſſi miſurare una delle dette linee a piano; & che non ſi haueſſi nè l'uno, nè l'altro quadrante, facciſi in queſto modo: Dicaſi che la linea da miſurarſi ſia* A B, *alla teſta* A *della quale rizziſi una aſta, che ſia* A C, *ſcompartita in quante parti ſi uoglino. Piglisi dipoi una ſquadra ordinaria, che ſia* D C E, *& pongaſi con il ſuo angolo di dentro, in cima della aſta* C: *dipoi ſi uolti l'un de lati della ſquadra, cioè il* C D, *in uerſo l'altro termine* B, *accoſtiſi dipoi l'occhio al punto della ſquadra* C, *& alziſi, o abbaſſiſi detta ſquadra* D C E *fino a tanto, che per la parte* C D, *la ueduta dell'occhio corra inſino al termine* B *della propoſtaci linea* A B. *Dipoi ſenza muouere la ſquadra ueggaſi di allungare l'una, & l'altra, cioè la* A B, *& la* C E *fino a tanto che ſi congiunghino inſieme, il che ſi potrà fare con accomodare un regolo alla parte della ſquadra* C E; *& doue dette linee ſi riſcontrano ſia* F. *Fatte queſte coſe, in quella proportione che corriſponde la aſta ritta* A C *alla parte* A F *corriſponderà la propoſtaci linea* A B *alla quantità di eſſa aſta.*

Talche se la asta sarà braccia tre, & la E F *braccia uno, perche il tre corrisponde per tripla, cioè per tre tanti allo uno, corrisponderà ancora nel medesimo modo la propostaci lunghezza* A B, *cioè sarà per tre aste; talche se l'asta sarà tre braccia la* A B *sarà noue braccia simili.*



La ragione delle cose dette è, perche del triangolo B C F *gli tre angoli sono uguali a due a squadra secondo la trentunesima del primo di Euclide. Ma il* B C F *è angolo a squadra, adunque gli altri duoi* C B F, & B F C *sono uguali ad uno a squadra. Per la medesima ragione ancora i duoi angoli* A C F, & C F A *del triangolo* A C F *sono uguali ad uno a squadra; conciosia che il loro terzo* C A F *è a squadra. Adunque i duoi angoli* C B F, & B F C, *sono scambieuolmente uguali a gli angoli* A C F & C F A, *conciosia che e' sono uguali, al medesimo loro angolo a squadra. Et se ei si traesi da i medesimi angoli uguali, lo angolo comune, cioè il* B F C, *lo altro* C B A *saria secondo la comune sententia uguale allo altro* A C F. *Ma lo angolo* B A C *è uguale allo angolo* C F A, *conciosia che l'uno & l'altro è a squadra, lo angolo ancora* A C B *sarà medesimamente uguale all'altro* C F A. *Per la qual cosa i duoi triangoli* A B C, & A C F *sono di angoli uguali; & i lati, che hanno a torno,*

torno, perche sono intorno ad angoli uguali, sono infra loro proportionali, secondo la quarta del sesto di Euclide. In quel modo adunque, che corrisponde la asta A C *alla lineetta* A F *corrisponde ancora la propostaci lunghezza* A B *alla asta ritta* A C, *che è a quello uoleuamo mostrare.*

Come si possa fare uno altro instrumento da potere misurare le distantie cosi adiacere come ritte, allequali non si possa accostare. Cap. VII.

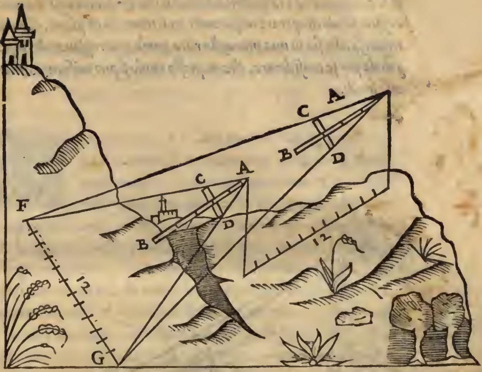
PER fare il baculo, che cosi chiamano i latini questo instrumento; apparechisi un regolo quadro per tutti i uersi di legno durissimo; & atto a non si torcere, o piglisi di ottone lungo quãto ci piace; ma loderei che almanco fussi due braccia, di grossezza moderata, come ti dimostra il disegno. Diuidasi dipoi detto regolo in alcune parti uguali fra loro, dieci, otto, o sei secondo ci tornerà piu commodo, & si chiami questo regolo A B: *Faccisi dipoi uno altro regolo simile; ma lungo solamente quanto una delle parti, in le quali diuidesti il primo regolo maggiore* A B; *& tanto largo che ui si possa fare una buca quadra, talmente nel mezo al punto* E; *che si possa muouere commodamente per il regolo* A B, *faccendo sempre angoli a squadra, & chiamisi questo regolo minore* C D, *come uedere si puo nel disegno.*



Parmi ragioneuole poter chiamare questo regolo maggiore, cioè lo A B, *il bastone: & il regolo minore, cioè il* C D, *il trauersale.*

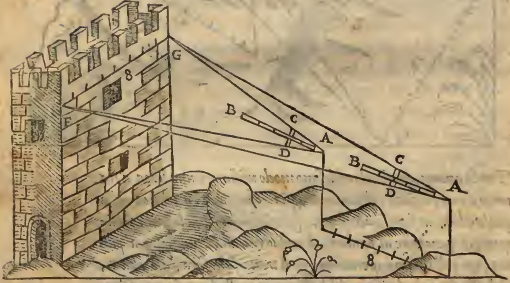
Se noi uorremo misurare una linea posta adiacere nella pianura per il trauerso, alla quale non ci si possano accostare, con questo instrumento; faremo in questo modo, sia la propostaci linea F G, *a trauerso del piano, noi moueremo il trauersale* C D, *& lo fermeremo a qual si uoglia diuisione del bastone* A B, *come per esempio diremo di hauerlo fermo alla seconda diuisione, in uerso* B, *hauendolo messo dalla testa* A, *porremo dipoi lo occhio al punto* A, *& abbasseremo il bastone uerso la linea diritta* F G, *da misurarsi, applicando l'estremità del trauersale à termini di essa linea da misurarsi, cioè il lato destro* D, *al destro della linea* G, *& il sinistro* C, *al sinistro* F. *Accosteremoci dipoi, ouer discosteremoci tanto; che la ueduta dell'occhio posto al punto* A, *passando per le estremità* C D, *del trauersale, arriui ad un tratto secondo i suoi lati corrispondentisi allo* F, *& al* G, *talche si faccino duoi raggi di ueduta* A C F, *&* A D G. *Fatto questo notisi il luogo, doue siano stati, a tale operatione, o ueduta con la lettera* H. *Mouiamoci poi di questo luogo, mouendo ancora il trauersale alla altra diuisione del bastone piu uicina allo* A, *se ue ne fussi.* Se *ci sarà bisogno di accostarci alla* F G *da misurarsi, o muouasi detto trauersale uerso* B, *hauendoci a discostare, cioe alla terza diuisione, che è nel bastone uerso* B, *partendolo dall'* A, *& il nostro muouersi sia tale, che stando fermo il trauersale* C D *nella terza diuisione; posto l'occhio di nuouo allo* A, *uegga di nuouo per* C D *le estremità dello* F G, *come si fece nella prima operatione, & fatto questo nota il punto doue sei stato con la lettera* I. *Misura dipoi lo spazio che è infra lo* H, *& lo* I, *che tanto sarà ancora la propostaci linea* F G, *& per maggior chiarezza se è fatta la figura presente.*

Puossi



Puossi ancora, quasi nel medesimo modo misurare una linea a trauerso d'una facciata, di una muraglia, o bastione, o trincea, alla quale altri non si possa accostare. Conciosia che fatta la prima diligentia, o operatione al punto H, *di nuouo ritirandoci indietro al punto* I, *& nella prima operatione, se il trauersale sarà stato alla* E, *cioè alla seconda diuisione del bastone; & nella seconda operatione sarà alla terza diuisione. Ouero per il contrario, cioè se dato che siamo stati prima alla operatione nel punto* I, *& il trauersale* C D, *habbiamo tenuto alla terza pur diuisione; & accostandoci poi al punto* H, *habbiamo nello operare tenuto il trauersale* C D *alla seconda diuisione;*

diuisione; dicesi che lo spazio, che è infra la H, & lo I, è a punto tante braccia, quanto è la propostaci linea F G; & perche egli è il medesimo modo di operare misurando una trauersa in piano, che una trauersa, che sia in una muraglia ritta, potrà ogni ragioneuole ingegno da per se considerare, che in questo modo si puo misurare molte cose simili.



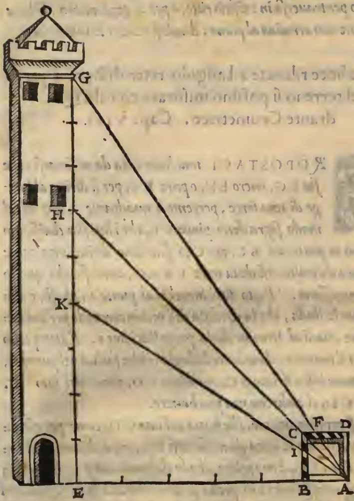
Come sarebbe se volessimo misurare una larghezza, o altezza di una canoniera, o una finestra alta in una muraglia, o qualche altra cosa simile posta in monte, o in piano, conciosia che con questo instrumento si puo misurare, quasi tutte le distantie, o per trauerso in piano,

in piano, o per trauerſo in edificio ritto, o per altezza ancora, ſe bene le linee ritte non arriuino al piano, donde ſi rilieua la muraglia.

Come le linee rileuate ad angolo retto diſopra il piano del terreno ſi poſsino miſurare con il Quadrante Geometrico. Cap. VIII.

PROPOSTACI *una linea ritta da miſurarſi, che ſia* E G, *ouero* E H, *o pure* E K, *per il diritto al lungo di una torre, porremo il quadrante* A B C *in tal modo ſopra detto piano* A E, *che i lati ſua diuiſi, & ſcompartiti in parti, cioè* B C, *&* C D *ſi uoltino dirittiſsimamente ad eſſa linea da miſurarſi della torre* E K H G, *conciosia che queſto è ſempre neceſſario. Poſto dipoi lo occhio al punto* A, *alziſi, o abbaſsiſi tanto la linda, che la ueduta dell'occhio correndo per amendue le mire, uadi al termine dalla propoſtaci linea. Fatto queſto ſi conſideri il numero, doue batte la linda; ilche ſarà, o nel punto* C, *punto comune infra il lato* B C, *&* *il lato* C D, *ouero nel lato* B C, *o nel lato* C D, *che altroue non può battere.*

Dicaſi primieramente, che batta nel lato C D, *come per eſempio nella* F, *eſſendo la linea da miſurarſi* E G, *egli è chiaro in tal caſo, che la linea* E G, *è maggiore, che la diſtantia che ſi pigliò del piano* A E, *& corriſponderà in quella proportione alla* A E, *che il lato* A D *corriſponderà alla diuiſa parte* D F. *che ſe* D F *ſarà quaranta di quelle medeſime parti, che il lato del quadrante è. 60. perche 60. corriſponde al 40. per ſeſquialtera, cioè per la metà piu; ſimilmente la linea* E G *ſarà lunga per una uolta, & mezo di eſſa* A E. *Tal che ſe* A E *per modo di eſempio ſarà 18. braccia, la propoſtaci* E G *ſarà 27. braccia ſimili;*



La ragione delle cose dette è, che i triangoli A D E; *&* A E G *sono di angoli uguali; perche lo angolo* D A F *è uguale allo angolo* A G E *secondo la ventinouesima del primo di Euclide; & per la medesi= ma lo angolo* A F D *è medesimamente uguale allo angolo* E A G; *conciosia che l'uno, & l'altro angolo* A D F, *&* A E G *è retto, o vogliamo*

vogliamo dire a squadra; & però fra loro uguali. I triangoli adunque A D F, *&* E A G *sono di angoli uguali; &* *i lati, ouero corde loro sono proportionali, secondo la quarta del sesto di Euclide. Adunque in quel modo, che corrisponde il lato* A D *alla diuisa parte* D F, *corrispõde ancora la linea* E G *alla lunghezza del piano* A E; *& questo serua per la prima dimostratione.*

Ma se la linda batterà a punto nello angolo C, *& la linea da misurarsi sia* E H, *egli è chiaro, che la* E H *è uguale al piano* A E. *Misurisi adunque la* A E, *la quale se per modo di dire sarà braccia diciotto, sarà anco braccia diciotto la altezza* E H. *Et in questo medesimo modo si debbe operare, circa le altre linee simili poste a questa similitudine.*

La ragione è perche i duoi triangoli A B C, *&* A E H *sono di nuouo di angoli uguali, come facilmente si puo prouare, per la medesima uentinouesima del primo. Adunque per la quarta del sesto poco di sopra allegata, in quel modo, che corrisponde il lato* A B, *al lato* B C, *cosi corrisponde ancora la lunghezza* A E *alla propostaci linea* E B; *conciosia che le riguardano angoli uguali, cioè retti, & i lati* A B, *&* B C *sono fra loro uguali. Adunque essa lunghezza del piano* A E *sarà uguale alla propostaci* E H.

Ma quando la linda batterà nel lato B C, *cioè alla diuisione* I, *la lunghezza allhora del piano, intrapresa fra lo occhio, & la basa della altezza da misurarsi, sarà maggiore della propostaci linea, in quella stessa proportione, che il lato intero del quadrante superarà la diuisione occorsati di detto lato. Sia la linea da misurarsi* E K, *& la diuisione* B I *sia 40. di quelle stesse parti, che tutto il lato del quadrante* B C, *è 60. come il 60. corrisponde al 40. per sesquialtera, cioe per la metà piu; in questo medesimo modo lo spacio* A E, *sarà per una volta, & mezo dello* E K. *Misurisi adunque la lunghez-*

za A E, *&* *traggasene il terzo; &* *harassi la altezza* E K. *Come per essempio se* A E *fusse braccia diciotto, trattone sei, resterebbono dodici, & tanto sarebbe la altezza* E K.

La ragione è perche i duoi triangoli A B I, *&* A E K *sono di angoli uguali, ilche si pruoua per la medesima ragione, che si prouaranno i duoi triangoli* A B C, *&* A E H, *secondo la già molto replicata ventinouesima del primo. Sono adunque (come i primi) gli angoli* A B I, *&* A E K *fra loro uguali, perche amenduoi sono retti; adunque i lati* A B, *&* B I *sono medesimamente per la quarta del sesto proportionali a lati* A E, *&* E K. *In quel modo adunque, che corrisponde il lato* A B *alla intersegata parte* B I *corrispõde ancora la lunghezza* A E *alla propostaci linea* E K.

Dalle cose dette di sopra si caua una manifestissima regola da misurare una linea ritta, ancora che non arriui al piano del terreno, come è la linea G H, *conciosia che trouate le lunghezze delle* E G, *et* E H, *secondo quello ordine che poco fa si disse, se si trarrà la lunghezza* E H *dalla lunghezza* E G, *ne rimarrà la lunghezza* G H; *& seruaci per essempio che sia trouata la lũghezza* E G *esser braccia* 27. *la* E H *di braccia* 18. *se si trae il detto* 18. *di* 27. *ne rimane* 9. *braccia, che tanto è la* G H; *& il medesimo giudicio, & discorso, si debbe fare d'ogni altra linea come* G K, *&* H K, *& delle altri simili, & nel simil modo collocate, come sono le lunghezze delle finestre, o le lunghezze delli ballatoi, o altre cose che escono fuori delli diritti delli edificij.*

Come

Come si misurino le dette linee a piombo, cō il quadrante del cerchio, & prima della proportione delle ombre. Cap. IX.

NON è nessuno di mediocre ingegno, che non sappia, che le ombre causate dal Sole & dalle torri, o altri edificij, ne quali battendo il Sole, le ribatta in terra, si chiamano ombre rette; & è chiaro, che queste nel leuar del Sole, & nel tramontare ancora si distendono in infinito; & nel salir ad alto il Sole, uanno proportionalmente sciemando, fino a che egli arriui alla hora determinata del mezo giorno, nel qual punto sono piccolissime; & poi declinando egli da detto punto, uerso Occidente, vanno continouamente crescendo fino al tramontare, nel qual punto sogliono esser lunghissime: Ma questo accrescere, & scemare dell'ombre è talmente proportionato, che trouandosi il Sole ne punti vgualmente discosto dalla linea del mezo giorno, causa, le medesime ombre, cosi nel salire come nel tramontare. Mediante questa osseruatione adunque delle ombre, ci sarà facile il potere misurare con il quadrante del cerchio le altezze di quelle torri, o edificij, che le causano in questa maniera. Dirizzisi a raggi del Sole il lato sinistro di detto quadrante, & alzisi, o abbassisi il lato destro, oue sono le mire (lasciando sempre andare libero il piombo col filo doue ei vuole) tanto che il raggio del Sole passando per l'una, et l'altra mira ci dia il punto doue batte il filo. Notisi detto punto, percioche se ei batterà nel lato B C, il che suole accadere ogni volta, che l'altezza del Sole non passa 45. gradi, come per esempio si dica, che batta nel punto E mezano infra il B & il C, in tal caso l'ombra sarà maggiore che il corpo che la causa; & in quella proportione, che corrispondono le dodici parti, cioè il lato tutto del quadrante, ad esse

parti comprese dal filo. Come se per modo di esempio il filo intraprendessi sei parti; & la propostaci altezza da misurarsi fusse G F, *et la sua ombra terminata da raggi del Sole fusse* G I: *Conciosia che il* 12. *ha proportione di dupla al* 6. *cioè di l'un due; a corrispondenza l'ombra* G I *sarà per duoi uolte la propostaci altezza* G F. *Misurisi adunque l'ombra* G I, *la quale sia per modo di dire* 20. *passi, già sapremo tre cose manifeste, di modo che mediante la regola delle quattro proportionali, multiplicando la ombra per le parti comprese dal filo, et diuiso poi il multiplicato, per il lato del medesimo quadrante, la parte di detta diuisione ci darà la propostaci altezza; & lo esempio è, che si multiplichi li* 20. *passi della ombra per le sei parti comprese dal filo, & si parta poi il* 120. *che ce ne uerrà per il* 12. *che sono le diuisioni di tutto il lato del quadrante, & ce ne uerrà* 10. *per ilche si dirà con uerità, che la propostaci altezza* G F *sarà* 10. *passi.*

La ragione è che i duoi triangoli A B E, & F G I *sono l'un per l'altro di angoli uguali. Conciosia che lo angolo* A B E *è uguale allo angolo* F G I *perche l'uno, & l'altro è retto, o uogliamo dire a squadra. Lo angolo ancora* A E B, *è uguale allo angolo* G F I, *come quello, che è uguale allo altro* D A E, *il quale è uguale al medesimo angolo di dentro a lui opposto* G F I *secondo la uentinouesima del primo di Euclide. Adunque lo angolo rimanente* B A E *è secondo la trentunesima del primo uguale allo altro rimanente* G I F. *La onde essi triangoli* A B E, & F G I *sono di angoli uguali; & perche i lati, che sono intorno ad angoli uguali, sono infra loro proportionali secondo la quarta del sesto; si come* A B *corrisponde al* B E, *così corrisponde ancora il* G I *alla altezza* G F.

Ma quando il filo batterà nel punto G *termine mezano, infra l'uno, & l'altro lato, ogni ombra allhora è uguale alla altezza della torre, o di qual altro corpo, che la causi, puossi adunque misurare*

quante

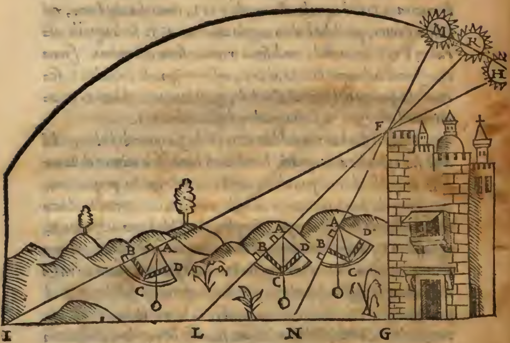
quante braccia, o passi sia l'ombra; & saprassi l'altezza della torre Et questo auiene ogni volta che il Sole è precisamente alla altezza di 45. gradi, & per esempio si è messo nella figura di sotto la altezza G F, *essendo il Sole in* K, *cioè ne 45. gradi d'altezza, o che nō li passi, il raggio del quale* K L *pare che termini l'ombra* G L, *a punto uguale alla altezza della torre* G F. *o se altro corpo fusse che la causasse.*

La ragione è perche i triangoli A C D, & F G L *sono di angoli uguali, cōciosia che lo angolo* C A D *è uguale allo oppostoli di dentro* G F L *secondo la ventinouesima del primo di Euclide, & lo angolo ancora* A D C *è uguale allo angolo* F G L, *conciosia che l'uno, & l'altro è retto: perilche l'altro angolo ancora* A C D *sarà uguale all'altro* F G L *secondo la medesima trentunesima del primo. Come corrisponde adunque lo* A D *al* D C, *cosi corrisponde* F G *al* G L *secondo la quarta del sesto di Euclide, & il lato* A D *al lato* D C, *adunque l'altezza* G F *sarà uguale ad essa ombra* G L.

Ma se il filo batterà nel lato C D *(ilche fia quando l'altezza del Sole sarà piu che a 45. gradi) l'ombra all'hora sarà minore della torre, o di quale altro corpo, che la causi, secondo quella proportione, che hanno le parti intraprese dal filo con il* 12. *cioè con tutto il lato del quadrante. Et seruaci per esempio, che il filo batta nel punto* E, *& essa* D E *sia sei di quelle parti medesime, che tutto il lato del quadrante è* 12. *cioè il lato* C D. & *sia l'ombra* G N *terminata da raggi del Sole* M N *passi* 5. *percioche il* 6. *ha proportione subdupla, cioè per la metà al* 12. *Sarà ancora l'ombra* G N *per la metà della altezza* G F. *Multiplichisi adunque secondo la regola delle quatro proportionali il numero de passi di detta ombra, cioè il* 5. *per il* 12. & *ce ne verrà* 60. *il quale partasi per le intraprese parti del* C D, *cioè per* D E, *che fu* 6. *vedremo che ce ne verrà* 10. *a punto. Adunque la propostaci* G F *sarà alta* 10. *passi.*

La ra=

La ragione è che i duoi triangoli A D E, *&* F G N *sono di angoli uguali, secondo le allegate molte volte ventinouesima, & trentunesima del primo di Euclide. Et perche lo angolo* A D E *è uguale allo angolo* F G N*, secondo la quarta dimanda: Corrisponderà adunque per la quarta del sesto* N G *al* G F*, in quella proportione che corrisponde lo* E D*, al* D A*, & per piu chiarezza veggasi il disegno presente. Conciosia che da quello si potrà ogni ragioneuole ingegno chiarire delle cose dette di sopra.*



In questo medesimo modo si puo operare sia l'ombra grande quanto si vuole, & intraprenda il filo quante parti si siano del lato B C*, o del*

del lato C D, come di ſopra ne moſtra la figura, dando lo eſempio delle trè dimoſtrationi, che non può fallire, ſe il quadrante ſi adopererà a ragione, che il raggio del Sole paßi per amendue le mire, & il filo con il piombo corra libero a qual ſi vogliano parti, di qual ſi voglia lato del quadrante.

Nel medeſimo modo che ſi miſurano le altezze mediante le ombre con il quadrante, ſi poſſono ancora miſurare con lo Aſtrolabio,



ma la operatione si farà in questo modo. Et prima pongasi che la altezza del Sole sia a 45. gradi, & il lato della ombra retta della scala sia E D, & della ombra uersa sia D G, & il cētro della linda sia F, per le mire della quale passi il raggio solare sarà adūque la parte del raggio solare A C, basa di un triangolo di lati uguali, come la F D è ancor essa la basa del triangolo F E D dello Astrolabio, & lo angolo B, piede della torre è angolo retto, del triangolo che ha duoi lati uguali, cioè A B & B C, si come nello Astrolabio è ancora angolo retto la E de duoi lati uguali E F & E D, dicesi che la ombra, che verrà dalla torre, mentre che il Sole sarà ne' 45. gradi di eleuatione, sopra del nostro Orizonte, sarà uguale alla altezza di detta torre. Misurata adunque la distantia di detta torre, o con passi, o con braccia, o con piedi haremmo a punto la altezza di essa torre, ilche si pruoua mediante la quarta del sesto di Euclide, allegata altre uolte.

Ma se il Sole fosse piu alto che alli 45. gradi sopra dello Orizonte, come per esempio si dica, che sia alli 56. posta che haremmo la linda ad esso grado del Sole, tenendo sospeso lo Astrolabio per lo anello, considerisi precisamente quante parti ella interseghi della scala, & si misuri dipoi, a passi, o a piedi detta ombra della torre, & si multiplichi quel numero de passi, o piedi che troueremmo per 12. cioè per vno intero lato della scala, & quelche ce ne verrà si diuida per le parti intersegate dalla linda, et haremmo a punto la altezza della torre. Imperoche quel rispetto che hanno le parti intersegate della scala dalla linda, a tutta la scala. Cosi l'harà la ombra di essa torre, a tutta la torre. Et cosi hauendo già notitia di tre termini, cioè di quanti passi, o piedi è l'ombra, delle parti intersegate della scala, & dello intero lato della scala. Facilmente per la regola delle tre cose verremo in notitia del quarto termine. Come se per esempio noi fingessimo, che il raggio del Sole A C che viene da 56. gradi di altezza

intersegassi

interſegaſsi le otto parti di detta ſcala, nel lato D E, *& la ombra già notà a noi, cioè* B C *fuſſe* 24. *& la ſcala tutta ſappiamo che è* 12. *dirò ſe otto parti della ſcala mi dà* 12. *che mi daranno vent iquattro. Multiplichiſi adunque la ombra per la ſcala intera, cioè* 24. *per* 12. *& ce ne verrà* 288. *il qual numerò diuida ſi per le interſegate parti della ſcala, che furno otto, & ce ne verrà* 36. *il quale numero ſarà a punto la altezza della torre che noi cercauamo. Ma perche mediante la piccolezza delli Aſtrolabij, o altri ſimili inſtrumenti, le par*



E ti della

ti della scala non si posson cosi precisamente pigliare secondo la altezza del Sole, accioche in questo luogo non ci manchi cosa alcuna, ho posto qui di sotto al disegno dell'operatione, una Tauoletta del Re Alfonso, per la quale noi potremmo vedere quali parte della scala, corrispondino a qual si voglia grado, o minuto della altezza del Sole, la qual sarà molto commoda ad alcune cose che seguiremo di dire.

Tauola dell'una ombra & dell'altra, cioè della retta, & della uersa, di quanti diti, & minuti, corrispondono di essa, à ciascun grado & minuto del Sole, o della Luna.

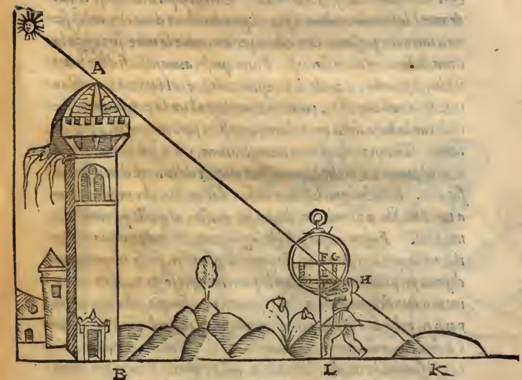
Altezza		Parti della scala interse-gate		Altezza		Parti della scala interse-gate	
Gradi	Min.	Diti	Min.	Gradi	Min.	Diti	Min.
1	12	0	15	27	35	6	15
2	25	0	30	28	29	6	30
3	38	0	45	29	24	6	45
4	50	1	0	30	18	7	0
6	0	1	15	31	9	7	15
7	12	1	30	32	0	7	30
8	21	1	45	32	51	7	45
9	31	2	0	33	43	8	0
10	42	2	15	34	30	8	15
11	53	2	30	35	18	8	30
13	0	2	45	36	6	8	45
14	8	3	0	36	54	9	0
15	14	3	15	37	37	9	15
16	19	3	30	38	56	9	30
17	23	3	45	39	5	9	45
18	26	4	0	39	49	10	0
19	28	4	15	40	30	10	15
20	30	4	30	41	10	10	30
21	32	4	45	41	51	10	45
22	34	5	0	42	31	11	0
23	33	5	15	43	8	11	15
24	33	5	30	43	47	11	30
25	33	5	45	44	24	11	45
26	33	6	0	45	0	12	0

Ma se ci occorrerà misurare le altezze mediante quelle ombre, che verranno dal Sole quando sarà in manco che in 45. gradi di altezza, auertiremo che nel misurar passato, la ombra haueua la medesima proportione alla torre, che haueuano le parti della scala intersegate dalla linda, a tutta la scala; Ma nel modo di questo misurare, cosi come tutta la scala corrisponde alle parti sue intersegate dalla linda, cosi corrisponde l'ombra della torre, ad essa torre. Sospendasi adunque lo Astrolabio per il suo anello, & piglisi la altezza del Sole, & ponghiamo che sia a gradi 40. & considerisi qual parte della scala venga intersegata dalla linda. Dipoi misurisi la ombra a passi, o a piedi, & multiplichisi il numero di detti passi, per le parti intersegate della scala; & quel che ce ne viene, si diuida per la scala intera, cioè per 12. & quel che ce ne resterà sarà la altezza della torre. Quì giudico io necessario dichiarare che cosa sia ombra retta, & ombra versa. Ombra retta si chiama quella di essa scala, la qual cadrà da qual si voglia altezza (non passando il Sole il quarantacinquesimo grado di eleuatione, sopra del nostro Orizonte) che si comprende dalla linea retta distesa per il piano, atteso che quel lato della scala ci rapresenta la linea del piano. Ombra versa è quella, che quando il Sole non arriua alli 45. gradi, non cade piu nel lato della Ombra retta, ma nello altro, & si chiama uersa, cioè riuolta allo insu per l'altezza, ad angoli retti. Et per facilitare le cose a lettori: dico che il lato della scala D E, *è quello che rapresenta il lato della ombra retta, che è il medesimo che la linea del piano. Se adunque il carro del Sole dalli 40. gradi di sua altezza, batterà nella decima parte della ombra versa, & si distenda sino al* K, *nella linea già tirata del piano che sia* B K. *Et dal* K *si tiri una parallella sino alla* F E, *che sia* K L, *haremmo già tre triangoli ad angoli retti, il primo* F I H, *il secondo* F L K, *& il terzo* A B K. *Hora si*

Ombra retta, & ombra uersa.

come

come le parti interſegate G H *corriſpondono alla* G F, *ouero allo* H I, *cioè a tutta la ſcala, coſi la* F L *corriſponde alla* K L, *che è la linea del piano. Adunque hauendo noi tre termini noti, verremo per la regola delle tre coſe in cognitione del quarto che è* A B; *& ponghiamo che i paſsi della ombra ſieno* 14. *i quali multiplichinſi per le parti interſegate della ſcala che furno* 10. *& ce ne verrà* 140. *il qual numero ſe ſi partirà per* 12. *intero lato della ſcala, ce ne reſterà* 8. *che ſarà a punto la altezza della torre che andauamo cercando.*



Come

Come si misurino dette altezze con il medesimo quadrante, senza la consideratione delle ombre ma solo con i raggi della ueduta. Cap. X.

MOLTE volte ci puo accadere il volere misurare le altezze, quando il Sole non è scoperto & che nõ causa l'ombre. però in tal caso seruirenci de raggi della ueduta in questa maniera. Voltisi la mira sinistra del quadrante alla cima della propostaci altezza da misurarsi, & l'altra parte accostisi allo occhio. Alzisi dipoi o abbassisi il quadrante (lasciando andare il filo col piombo libero doue ei vuole) fino a tanto che passando la veduta per amendue le mire si vegga la cima della torre da misurarsi. Fatto questo auuertiscasi doue batte il filo col piombo, il quale di necessità cadrà, o nel lato B C, *o nel lato* C D, *o nell'angolo* C, *punto mezano infra l'un lato & l'altro, secõdo che la basa della torre da misurarsi, ci sarà piu pressa, o piu lontana. Dicasi per la prima demostratione, che il filo batta nel lato* C D *al punto* E, *& che la propostaci altezza della torre da misurarsi sia* G F. *Et ci bisogna lasciare cadere dall'occhio, che misura, fino a terra un filo a piombo, ordinato per questo, al quale porremo nome* D H. *Fatto questo si debbe agiugnere allo indietro alla distantia, nella quale ci trouiamo, la parte di essa* D H, *presa in quella medesima proportione, che hanno le parti intraprese* D E, *al* 12. *cioè a tutto il lato del quadrante. Et seruaci per esempio, che il* D E *sia parti* 6. *pche* 6. *è la metà di* 12. *aggiũgasi la metà di essa* D H, *come è a dire* H I, *a dirittura, & a lungo di* G H. *Talche la linea diritta* G I, *ci seruirà in cambio dell'ombra, & il punto* I, *seruirà per termine del raggio del Sole. Vedesi adunque manifesto, che la linea retta* G I,

ta G I, *è minore della altezza* G F, *& secondo quella proportione, che hanno le parti* D E *al lato* A D. *Come se per esempio* G I *fusse 9. passi, multiplicando 9. per 12. ce ne verrà* 108. *il che partito per 6. cioè per* D E, *ci resteria 18. che tanti passi sarà l'altezza* G F, *simili alli 9. detti di sopra.*

La ragione è che i duoi triangoli A D E, *&* F G I, *sono di angoli uguali; & i lati di essi angoli respettiuamente sono fra loro proportionali, mediante quelle ragioni medesime, che già molte volte habbiamo detto di sopra.*



Ma

Ma quando il filo caderà nel punto C, *cioè nello angolo a punto del quadrante; lasciatosi cadere il filo col piombino dello occhio sino a terra, che sarà* D K, *conciosia che del triangolo* A D C, *i duoi lati* A D, *&* A C *sono uguali l'un l'altro, ci bisogna aggiugnere tutta la lunghezza* D K *per allo indietro ad essa* G K, *cioè* K L. *Et in tal caso tanto sarà la* G L, *quanto è l'altezza da misurarsi* G F. *Conciosia che la lunghezza* G L *ci serue per l'ombra, che causerebbe il Sole, se non passasse 45. gradi di eleuatione, onde auiene che in quel medesimo modo, che corrisponde* A D *al* D C, *corrispõde ancora la lunghezza del piano alla altezza* G F. *Misurisi adunque* G L, *& haremmo l'altezza* G F, *conciosia che l'una, & l'altra mediante il poco fà dato esempio, sarà passi 18. & in questo medesimo modo si puo fare delli altri simili.*

La ragione è che i triãgoli A D C, *&* F G L *sono di angoli uguali infra loro, & però di lati proportionali, come si è dimostro, ne capitoli passati, che per breuità non si replica.*

Ma quando il filo cadrà, o batterà nel lato B C, *come sarebbe a dire al punto* E, *essendo l'altro filo dallo occhio a terra* D M, *bisogna operare per il contrario del primo modo detto in questo Cap. Conciosia che in quella proportione, che corrisponde il lato* A B *al* B E *corrisponderà ancora* M N *alla linea a piombo* M D, *come che se* B E *fusse 6. di quelle stesse parti, che tutto il lato è 12. perche il 12. corrisponde al 6. per due tanti essa* M N *debbe esser lunga per due volte essa* M D. *Seruirà adunque il punto* N *per termine del raggio solare, &* G N *sarà in cambio dell'ombra, mediante la quale si trouerrebbe l'altezza* G F, *essendo il Sole a 45. gradi di eleuatione. Dicasi per esempio che* G N *sia passi 36. multiplichisi 36. per 6. che sono le parti di essa* B E *ce ne verrà 216. il qual numero partito per 12. ce ne verrà 18. che sarà l'altezza medesima di* G F *in quello stesso modo, che*

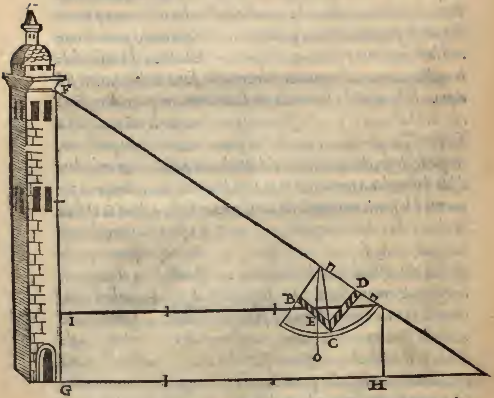
che si trouò nelle altre regole di questo Cap. Et perche nel passa to Cap. lasciamo manifesto che la linea retta G F *superaua la* G N, *& era in quella proportione, che il* 12. *lato intero del quadrante è misurare, che la alla parte* B E. *Cosi interuiene ancora in questo modo presente del* G N *è* 36. *di quelle parti, che la* G F *è* 18.

La ragione è che i triãgoli A B E, *&* F G N *sono di angoli ugua li; & i lor lati sono infra loro proportionali, come già molte volte si è dimostro.*

Trouceremo vniuersalmente il medesimo ogni volta che harem mo proportionalmente la distantia, che sarà infra la basa della cosa da misurarsi, & la linea che ci cadrà dall'occhio misurante a terra: secondo la proportione delle parti B E, *o* D E *alle dodici parti di tut= to il lato, aggiunto, o leuato quella portione della linea che casca dal= lo occhio a terra, al venutoci numero delle fatte diuisioni, come si è detto. Ilche accioche si intenda piu facilmente, mi piace di replica= re. Sia l'altezza* G F, *& osseruata la veduta per le mire, caschi il filo con il suo piombo nel lato* B C *al punto* E, *&* B E *sia parti otto, di quelle stesse, che tutto il lato del quadrante è dodici, & mandato il filo dall'occhio a terra, cioè* D H, *tirisi la diritta* D I *a dirittura per quanto è lo spacio intrapreso da* G H, *& paralella a detta* G H *si ue de chiaro che i duoi triangoli* A B E, *&* F D I *sono fra i loro di ango li uguali, come si prouò nel passato Cap. Occorre adunque per la quarta del sesto di Euclide, che come corrisponde* A B *al* B E, *cosi corrisponde ancora* D I *al* I F. *Imperoche al* D I *è uguale il* G H, *secondo la trentaquartesima del primo di Euclide. Conciosia che* D H G I *sia un paralello gramo, o uogliamo dire quadrilungo, tal= che in quel modo che corrisponde* A B *al* B E, *cosi corrisponde ancora il* G H *allo* I F. *percioche quelle cose che sono uguali ad una altra co sa, hanno fra loro ancora la medesima proportione, secondo la setti=*

F *ma*

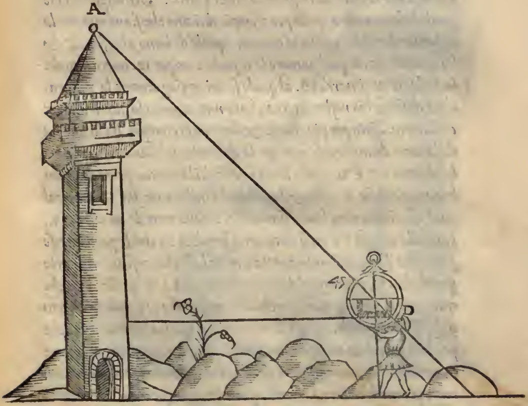
ma del quinto di detto Euclide. Sia adunque per modo di esempio G H *braccia* 18. *perche il* 12. *è in proportione sesquialtera, cioè della metà piu allò* 8. *così ancora* G H, *sarà per una uolta & mezo la* I F. *Multiplichisi adũque le* 18. *braccia* G H, *per le* 8. *parti di essa* B E, *& ce ne uerrà* 144. *ilche partendo per* 12. *ce ne uerrà pure* 12. *che tante braccia sarà la* I F, *alla quale si aggiugnerà la linea a piombo* D H, *cioè braccia* 4. *ce ne uerrà l'altezza* G F, *che sarà braccia* 16. *Conciosia che essa* D H *è uguale alla* G I *secondo la medesima trentaquatresima del primo. Il medesimo a proportione interuiene delle*



altre

altre cose, caschi il filo doue si uoglia, & sia lo spacio G H *ancora quanto si uoglia. Nondimeno il primo modo dello operare, pare che piu si confaccia con le proportioni delle ombre. Talche in prima uista piacerà piu a manco esercitati.*

Il medesimo si puo fare ancora con lo Astrolabio, imperoche già si dimostrò, che dalli 45. gradi, cioè dallo angolo D *della scala, le torrri scuotano sempre le ombre uguali alle loro altezze, adunque se noi ci troueremmo a liuello sul piano della torre, & porremo la lin=*



da alli 45. gradi, cioè all'angolo detto D della scala, andaremo acco standoci, o discostandosi tanto da detta torre, che ueggiamo la sua cima per le mire che sia A. allhora annouerati con passi, o braccia lo spacio che è da noi alla torre, & presa dipoi la altezza dello occhio nostro a terra, & la aggiugneremo a detti passi, o braccia, harem= mo a punto la altezza della torre che cercauamo.

Et se per sorte noi trouassimo, che la altezza della torre non cor= rispondessi alli 45. gradi, per non hauere la comodità del piano da potersi a nostra uoglia accostare, o discostare, come di sopra, anzi auenisse che la linda battesse nella ombra retta. Multiplichinsi le parti di detta ombra, quali per esempio diciamo che siano otto, per la distantia de passi, o braccia trouata, quale diciamo che sia 24. & haremmo 192. il qual numero se lo partiremo per 12. intero lato del la scala, ce ne rimarrà 16. al quale se noi aggiugneremo la misura, che è dallo occhio nostro a terra, haremmo a punto la intera altezza della torre. Ma per piu chiarezza daremo lo esempio, sia la altezza della torre da misurarsi A B. & la distantia del piano B C, et la sca la altimetra F E D, & la linda interseghi la ottaua parte della om bra retta che sia A F H, & lo occhio del misurante sia H, dal qual punto sia tirata una linea, fino alla A B della torre, la qual sia H K, paralella ad essa B C, così come corrisponde H E, cioè le parti interse gate della scala dell'ombra retta a tutta la scala, così ancora corri= sponderà B C, distantia del piano, alla altezza A K quella cioè, che uiene ad essere sopra dello occhio del misurante, secondo la quarta del sesto di Euclide, & già li tre termini passati ci son noti, perilche per la regola delle tre cose uerremo facilmēte in cognition del quar= to, perche hauendo cognitione della parte della altezza da misurarsi come per modo di dire A K, alla quale se aggiugneremo K B harem mo cognitione di tutta la altezza: ma K B è uguale ad essa H I, che è

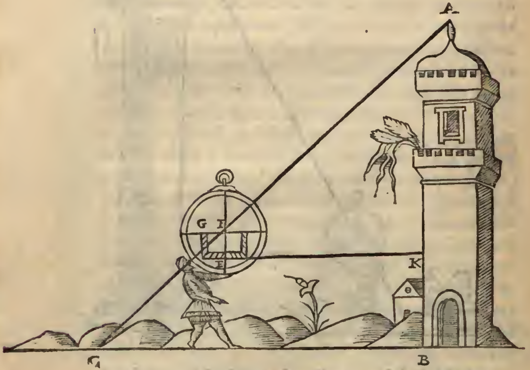
lo spacio

lo spacio che è dallo occhio del misurante a terra, per tanto se noi aggiugneremo alla A K *la detta nostra altezza dello occhio, verremo indubitatamente in cognitione di tutta la* A B, *che era quel che voleuamo dimostrare.*



Ma se la linda batterà nella ombra versa, diciamo che batta alle

alle 10. parti, & la distantia del piano sia 24. passi, o braccia, multiplichisi questo 24. per le 10. cioè per le parti intersegate della detta ombra uersa, & ci darà 140. il qual numero diuiso per le intere parti della scala, che è 12. ci rimarrà 20. che sarà l'altezza della cosa da misurarsi dallo occhio nostro in su, al qual numero se noi aggiugneremo la altezza che è dallo occhio nostro al piede haremmo la intera altezza della torre, & eccone lo esempio, sia la altezza da misurarsi A B, *& la distātia del piano* B C, *& la scala altimetra* F E D, *& la linda che intersega la decima parte della ombra versa sia* A



F H, *donde si lasci cadere il piombo* H I, *che è l'altezza del misurante dallo occhio al piede, & dalla* H *si tiri una linea alla* A B, *parallella ad essa* I B, *che sia* H D K, *per tanto* H D K *sarà uguale ad essa* I B, *&* K B *uguale ad essa* H I. *Horamai si come* F E *tutta, cioè la scala, come quella che è uguale alla* D G, *corrisponde alla* H G *parti intersegate, così* H D K *distãtia del piano, come che ella è uguale alla* I B *corrisponde alla* K A *parte della altezza da misurarsi, secondo la quarta del sesto di Euclide, perilche hauendo noi già notitia de tre termini facilmente verremo in notitia del quarto, come già tãte volte si è detto mediante la regola delle tre cose. Aggiugnendo adunque alla* K H *la misura di essa* K B, *che è uguale alla* H I, *cioè la altezza dallo occhio nostro a terra, sapremo quanta sia la altezza della torre* A B, *che è quello noi cercauamo.*

Come dette altezze si posino misurare, senza nessuno quadrante, ma solo con una asta in piu modi. Cap. X L

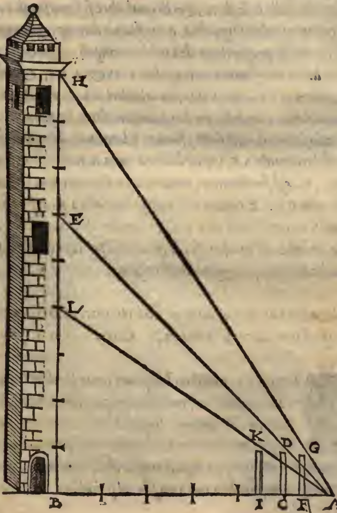
P*VOSSI ancora senza alcuno quadrante, misurare dette altezze secondo una regola, che a tempi nostri, ci ha dato Oronzio; & secondo già ne insegnò ne tẽpi suoi il giudicioso, & non meno accorto, che dotto, Leonbattista Alberti, ma per non confondere l un modo con l'altro, dirò quello di Oronziò Matematico, inuero accuratissimo nella età nostra. Dico adunque che apparecchiatasi una asta nõ molto lunga: ma sopra tutto dirittissima, diuisa in quelle piu, o meno parti, che si voglino, sieno braccia, o meze braccia, o terzi di braccia, o soldi, o danari, si come si usa diuidere il braccio Fiorentino. Quando esattamente si vuole con esso misurare alcuna cosa, che ordinariamente*

mente si diuide in soldi 20. & ogni soldo in 12. denari. Fatto questo rizzisi detta asta a piombo in sul piano: di sul quale la propostaci torre, o altezza da misurarsi si rilieui ad angolo retto; & posto consequentemente l'occhio in terra bisogna accostarsi, o discostarsi tanto da essa asta, che la ueduta dello occhio passando per la cima dell'asta, arriui alla cima della torre da misurarsi. Misurisi dipoi lo spacio che è infra lo occhio, & il piè della asta, con le medesime misure, con che è scompartita l'asta: dicesi che in quella proportione, che corrisponde l'asta allo spacio detto, corrisponde ancora la propostaci altezza, alla distantia del piano intrapresa infra lo occhio, & la basa di essa torre, o altezza. Perilche se l'asta, & il detto spacio saranno uguali, si potrà dire, che lo spacio infra l'occhio, & la basa, sia ancora esso uguale alla altezza propostaci. Come nella figura che segue, si vedrà lo esempio dell'asta C D, *& dello spacio* A C, *che sono uguali, cosi come è uguale ancora l'altezza* B E *allo spacio intrapreso fra lo occhio* A, *& la basa della torre* B, *che l'una, & l'altra è per sei aste.*

Ma se ci occorresse, che lo spacio infra lo occhio, & la asta fusse minore della asta, egli è chiaro che la propostaci altezza sarà maggiore dello spacio intrapreso fra lo occhio, & la basa della propostaci altezza; & detta altezza corrisponderà alla lunghezza del piano intrapreso fra l'occhio, & il piè della asta, come dimostra lo esempio della asta F G, *& dello spazio* A F, *che è due parti solamente di quelle, che l'asta è tre. Si come adunque l'asta è per una uolta, & mezo dello spacio* A F, *cosi ancora l'altezza* B H *è per una uolta, & mezo la lunghezza* A B. *Di quelle medesime parti adunque che la lunghezza* A B *sarà sei, la* B H *sarà noue. Debbesi adunque arrogere ad essa* A B *la metà di se stessa, quanto alla lunghezza, & ce ne verrà l'altezza del* B H.

Ma se

Ma se lo spacio infra lo occhio, & il piè della asta sarà maggiore della asta, la distantia del piano, infra l'occhio, & la basa della torre, sarà maggiore, che la propostaei altezza, & in quella proportione auanzerà detta altezza, che lo spacio auanza l'asta. Come facilmēte si uede lo esempio dell'asta I K, *alla quale spacio* A I *corri*



G *sponde*

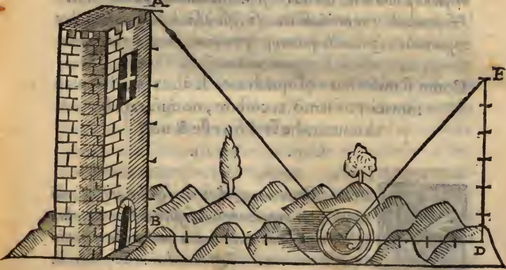
ſponde per ſeſquialtera, cioè per la metà piu. La onde la lunghezza del piano A B è per una uolta, & mezo della lunghezza B L, adunque ſe A B ſarà ſei parti, la altezza B L quattro parti ſimili. Debbeſi adunque trarre la terza parte di A B, acciò ci rimanga la propoſtaci altezza B L, & il ſimile ſi debbe fare di tutte le altre reſpettiuamente ſimili a queſte.

La ragione delle coſe dette, & di qual altre ſi ſieno ſimili a queſte, pare che uenga dalla ugualità, o uogliamo dire aguaglianza de li angoli, & dalla proportione de lati de triangoli. Concioſia che per ridurre la coſa in ſomma i triangoli A C D & A B E, & i duoi triangoli ancora A F G, & A B H, & gli altri A L K, & A B L ſono ſcambieuolmente uguali, per la uentinoueſima del primo. La onde ſecondo la quarta del ſeſto, ſi come il lato A C, corriſponde al lato C D del triangolo A C D, coſi la linea retta A B corriſponde alla lunghezza B E, & ſimilmente, come A F corriſponde alla F G, coſi fa la A B, alla B H. Et come A I corriſponde allo I K, coſi la retta medeſima A B corriſponde alla B L, faccendo reſpettiuamente comparatione de lati corriſpondentiſi, le quali coſe per le ragioni già piu, & piu uolte allegate ſi ueggono euidentiſsime.

Come le altezze ſi poſsino miſurare con uno ſpecchio poſto adiacere in terra. Cap. XII.

PIGLISI uno ſpecchio piano come ſarebbe una ſpera di acciaio, o di criſtallo, & pongaſi adiacere ſopra il piano del terreno. Biſogna dipoi accoſtarſi, o diſcoſtarſi tanto a detto ſpecchio che ſi uegga in eſſo repreſentarſi la cima della torre, o caſa da miſurarſi; oltre a queſto mandiſi dall'occhio, che ſguarda a terra un filo col piombino. Diceſi che tale

tale proportione harà lo spacio intrapreso infra il piombino del filo, et il centro dello specchio, alla lunghezza di esso filo, & piombino; che harà la lunghezza del piano, intrapresa fra lo specchio, & la basa della torre da misurarsi, alla propostaci altezza. Seruaci per esempio, che la torre che si harà a misurare sia A B, *& lo specchio* C, *& lo occhio che misura* E, *dal quale si mandi il filo a piombo sino in terra, che sia* E D, *dicesi che come* C D *corrisponde al* D E, *così il* C B *corrisponde alla propostaci altezza* B A. *Talche se* D E *fusse sei di quelle parti, che il* D C, *è* 5, *a corrispondentia la altezza* B A *sarà sei di quelle parti, che la lunghezza del piano* B C *sarà* 5. *Misurisi adunque* B C, *& aggiungauisi la quinta parte, & haremmo* A B; *& per maggiore chiarezza ueggasi la figura, che segue: ne uò mancare di dire, che questa operatione si puo fare con un uaso di acqua in cambio dello specchio.*



SPECCHIO.

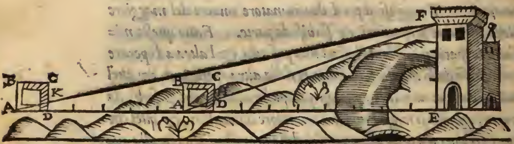
La ragione è che i duoi triangoli A B C, *&* C D E *ſono infra loro di angoli uguali: Percioche il raggio della ueduta* E C A *ſi riflette ad angoli uguali: ſecondo la ſeſta della ſecōda parte della proſpettiua comune, & ſecondo la duodecima, & decimatertia della proſpettiua di Vitullione, adunque lo angolo* A C B *è uguale allo angolo* D C E, *& il retto* B *è uguale allo altro retto* D, *ſecondo la quarta dimanda. Lo altro adunque* B A C, *è uguale allo altro* C E D *ſecondo la trentuneſima del primo di Euclide. Sono adunque i triangoli* A B C, *&* C D E *di angoli uguali, & le corde, o lati che ſono ſotto ad angoli uguali, ſono fra loro proportionali ſecondo la quarta del ſeſto. Come adunque il* C D *corriſponde al* D E, *coſi fà ancora il* C B *al* B A. *Onde auiene che ſe* D E, *linea a piombo ſarà uguale alla* D C, *la* A B *a corriſpondentia ſarà uguale alla* B C. *Et ſe eſſa* D E *ſarà minore della* D C, *la altezza propoſtaci* A B *ſarà minore ancora dello ſpacio* B C, *et ſupererà il* B C *la medeſima altezza* A B *in quella proportione, che il* D C *ſupererà la linea a piombo* D E. *Hauendo dunque notitia di tre coſe, ci ſarà facile ſecondo la replicata piu uolte, regolo delle quattro proportionali, ritrouare la quarta.*

Come ſi miſurino col quadrante le altezze, alle quali non ci poſsiamo accoſtare, ne miſurare la diſtantia, che ſarà fra eſſe & noi. Cap. XIII.

SONO *alcune altezze di torri, o d'altri edificij, alli quali, o per impedimenti di foſsi, o di fiumare, o laghi non ci è lecito accoſtarci; le quali miſureremo in queſta maniera. Ritrouandoci in un piano, de piu uicini, o cōmodi che ui ſieno, rizziſi il quadrāte ſopra il lato* A B, *ouero*

ouero A D *con angoli retti da ogni banda, uoltato l'uno de lati, o* B C, *o* A D *alla altezza da misurarsi. Alzisi dipoi, o abbassisi la linda (messo sempre l'occhio al punto* A) *sino a tanto che passando la veduta dello occhio per amendue le mire arriui alla cima della cosa da misurarsi. Fatto questo guardisi doue batte la linda in quel lato del quadrante, che è volto uerso detta altezza, & notisi da parte il numero determinatore delle proportioni, che ha il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda. Accosteremoci dipoi, ouero discosteremoci a dirittura della propostaci altezza, o torre, secondo la commodità del piano del terreno; & faremo la secōda operatione della veduta, considerata mediante la proportione, che ha il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda, & parimente porremo da parte il secondo numero denominatore di tale proportione. Traggasi dipoi il denominatore minore del maggiore delle osseruate proportioni, & serbisi da parte. Fatto questo misurisi lo spacio doue stemo infra l'una positura, & l'altra ad operare intrapreso dallo angolo* A *dell'una, et della altra operatione; & quel numero che ce ne viene, partasi per quello ultimo, che si serbò da parte, quando si trasse l'uno denominatore dallo altro, & quel che ne verrà per parte sarà la quantità della propostaci altezza, alla quale non era permesso di accostarci. Perilche se il rimasto numero sarà uno, lo spacio intrapreso infra l'una positura, & l'altra, sarà a punto quanto l'altezza propostaci, perche vno nè partendolo, nè multiplicandolo, non cresce, & non scema. Ma per maggiore dichiaratione dicasi per esempio, che la propostaci torre sia* E F *impedita da qualche acqua, che habbia allo intorno. Faremo la prima osseruatione, ouero operatione nel punto* G, *nella quale dicasi che la linda battendo nel* C D *interseчhi detto lato nel punto* H, *la quale intersecatione sia alle* 20. *parti di quel che tutto il lato è* 60. *Conciosia che*

ſia che il 60. corriſponde al 20. per tripla, cioè per tre tanti, notiſi da parte il 3. denominatore della proportione tripla, o di tre tanti. Torniſi dipoi a dirittura indietro per fare la ſecõda operatione, quale faremo nel punto I, *& ſe la parte del lato* D C, *qual ſarà* D K *intrapreſa dalla linda ſara 12. di quelle ſteſſe parti, che tutto il lato del quadrante è 60. perche 60. corriſponde al 12. per quincupla, cioè per 5. tanti; notiſi da parte il 5. che è il denominatore della proportione de 5. tanti. Traggaſi dipoi il 3. del 5. ce ne reſta duoi, ilche ſerberemo da parte. Miſuriſi dipoi lo ſpacio* G I, *& ſia per modo di dire 24. di quelle parti, che ciaſcuno lato del quadrante ſarà 4. partaſi 24. per 2. ne verrà 12. che ſaranno le parti della poco fà propoſtaci altezza, alla quale non ci poteuamo accoſtare.*



Come ſi miſurino le altezze, alle quali non ci ſia lecito accoſtarci con il quadrante del cerchio. Cap. XIIII.

VOLTISI *il quadrante in maniera, che paſſando la veduta per amendue le mire, arriui alla cima della torre da miſurarſi; & notiſi doue batte il filo col piombo, cioè il denominatore della proportione delle parti compreſe dal filo al lato intero del quadrante; & notiſi ancora*

cora con l'altro filo, mandato dall'occhio a terra, il punto doue siamo stati a questa prima operatione. Dipoi accostandoci, o discostandoci, secondo ci torna piu commodo, faccisi la seconda operatione nel medesimo modo, & notisi il denommatore, & il sito, come di sopra. Dipoi traggasi il denominatore minore, del maggiore (perche saranno sempre disuguali) & serbisi il tratto da parte. Misurisi vltimamente lo spacio infra la prima, & la seconda positura, & quel numero, che vi ci occorrerà partasi per quello numero, che serbammo da parte quando traemmo l'uno determinatore dall'altro, & quel ce ne verrà sarà la propostaci altezza secondo quelle parti o misure, però che noi vsammo poco fà nel misurare lo spacio delle positure. Accadracci adunque (come prima) che il medesimo spacio intrapreso fra l'una, & l'altra positura, sarà quanto la propostaci altezza, ogni volta, che dal trarre l'un denominatore, dall'altro, ce ne rimarrà il numero vno, conciosia che l'uno è indiuisibile.

Ma giouerà molto a queste cose lo esempio. Però dicasi, che l'altezza da misurarsi, alla quale non ci possiamo accostare, sia G F, *& che la prima osseruatione si sia fatto nel punto* H, *& che il raggio della veduta batta nel punto* I, *& il filo col piombo caschi nel punto* C, *la proportione adunque del lato* A D *sarà proportione di ugualità al lato* D C, *denominata dal numero uno. Serbisi adunque l'uno per denominatore. Ritirandoci dipoi indietro, facciasi la seconda osseruatione della veduta, come è a dire nel* K, *doue il filo batta nel lato* B C *al punto* E, *&* B E *sia quattro di quelle parti, che il lato* B C *è* 12. *perche* 12. *corrisponde a* 4. *per tre tanti; notisi per denominatore il* 3. *& per quel che si disse nel Capit. decimo corra il raggio della veduta ad vnirsi col piano al punto* L. *Traggasi dipoi vno, da* 3. *ce ne rimarrà duoi, il qual numero*

serbisi

ſerbiſi da parte. Miſuriſi dipoi lo ſpacio I L, *che per modo di dire ſia 20. braccia, le quali ſi hanno a diuidere per il 2. che ci reſtò, & ce ne uerrà 10. & tanto ſaranno le braccia della propoſtaci altezza* G F, *come nella figura quì di ſotto ſi uede.*



Il medeſimo ancora a corriſpõdentia di quel che ſi diſſe nel Cap. 10. quando ſi trattò dello aggiugnere, o creſcere proportionalmente le linee del piano. Se oſſeruata la caduta del piombo dallo occhio prima nel punto H, *dipoi nel* K, *ouero per il contrario, & ſi miſurerà lo ſpacio* H K, *& ſi diuiderà per il numero rimaſtoci nel trarre l'un denominatore dallo altro, cioè per 2. ſecondo lo eſempio poco fa addotto. Concioſia che ſe ſi aggiugnerà al generato numero delle miſure, una qual ſi uoglia delle linee a piombo, come* D H, *o* D K *haremmo la detta altezza* F H. *Come per eſempio, ſecondo la paſſata, lo* I L *fuſſe braccia 20. lo* H K *ſarà 13. &* D H, *ouero* D K *ſarà 3. & mezo; onde ſi diuiderà 13. per 2. ne uerrà 6. & mezo per parte, al quale numero ſe ſi aggiugnerà 3. & mezo, ce ne uerrà 10. che ſaranno a punto le braccia, che trouammo eſſer l'altezza* G F. *Et coſi ſi potrà operare delle altre coſe ſimili.*

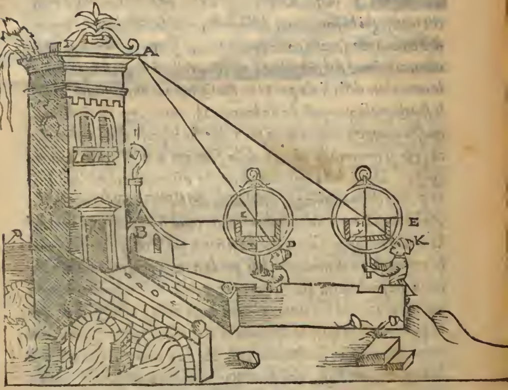
Come

Come si misuri una distantia, o spazio di alcuna cosa, alla quale noi non ci posșiamo accostare, come sono li fosși delle fortezze, o delle città delli nimici, o simili, & ui fusși ancora qualche impedimento di muraglia. Cap. XV.

SIA la fortezza, o la città A B *cinta dal fosso* E D, *& sia il* D, *la prima positura, dalla quale noi misuriamo l'altezza di essa fortezza, o città, & la scala altimetra sia* C F G, *et il razo della ueduta sia* A C D, *che interseghi la nona parte della ombra versa. Riduchinsi le parti dell'ombra versa, alla ombra retta (come si insegnò) & traggasi il numero minore dal maggiore, & ce ne resterà 7. Multiplisi dipoi lo intero lato della scala per* D E, *spazio infra le due positure, il quale spazio presupponghasi che sia braccia 23. e mezo, & dipoi diuidasi questa quantità delle braccia per 7. che son le parti della ombra retta, & si trouerrà la altezza della fortezza* A B *essere 40. braccia & $\frac{2}{7}$. Dipoi dalla cognition di questo uerremo in cognitione della* D E, *cioè della larghezza, o distantia del fosso, in questo modo. Riduchinsi le parti della ombra versa (come si è detto) alle parti della ombra retta, & saranno come si vede già le 16. parti della ombra retta, le quali multiplinchisi per la altezza già trouata della fortezza che son braccia 40. $\frac{2}{7}$, & ce ne verrà $\frac{4512}{7}$ il qual numero diuidasi per 12. cioè per tutta la intera parte della scala, & ce ne verrà la prima cosa tutta la distantia* B E *che sarà 53. & $\frac{14}{21}$, dal qual numero traendone la distantia* D E, *che è 23. e mezo, ce ne rimarrà la larghezza del fosso, cioè piedi 30. $\frac{9}{42}$, che era quel che si cercaua. Imperoche si come di già si è prouato in quel modo che* H Y, *intero*

H lato

lato della ſcala nella ſeconda poſitura corriſponde allo Y K, 16. *par= ti, cioè di ombra retta coſi la* A B *altezza della fortezza corriſponde alla* B E *diſtantia dalla fortezza nella vltima poſitura, ſarà adun= que la medeſima proportione nell'un luogo, & nell'altro, che era quel che voleuamo prouare. Ma biſogna ben auertire che le par ti della ſcala della ſeconda poſitura ſieno, o della ombra verſa (co= me ſi vede nello eſempio) o nella ombra retta, ſempre ſi hanno a multiplicare per la altezza della fortezza, & quel che ne viene par tire per lo intero lato della ſcala. Porraſsi adunque per quel che*

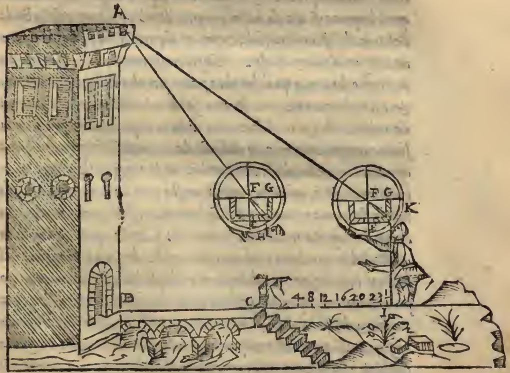


ſi aſpetta

si aspetta alla regola delle tre cose, per il primo numero tutte le intere parti della scala, cioè per 12. & per il secondo numero le parti intersegate della scala nel secondo luogo, & nel terzo la altezza della torre, & con questa regola come si è detto non dubiteremo del quarto termine.

Puossi ancora misurare detta altezza con l'Astrolabio, pur che ci trouiamo in luogo piano commodo da poterci accostare, o discostare da essa per qualche poco di spacio. La prima cosa piglieremo con la nostra linda la altezza che vorremo misurare di qual si voglia torre, o cosa, dipoi noteremo il luogo doue saremo stati con vna linea in esso piano, & lo chiameremo la prima positura, & considereremo le parti intersegate della scala dalla linda, le quali diciamo che sieno noue della ombra retta. Dipoi partendoci da quel luogo, & ripigliando la medesima altezza: ma intersegando le noue parti della ombra versa con la nostra linda; noteremo quel secondo luogo, il quale chiameremo la seconda positura. Dipoi fatto questo ci bisogna ridurre le parti della ombra versa alla ombra retta, ilche si fa in questo modo. Multiplichisi lo intero lato della scala in se stesso quadratamente, cioè 12. per 12. & ce verrà 144. & poi si diuida questo numero per le parti intersegate dalla linda della scala dell'ombra retta, cioè per noue, & ce ne resterà 16. che saranno già le ridotte alle parti della detta ombra retta. Di questi duoi numeri sempre trarremo il minore del maggiore, cioè il 9. dal 16. & ce ne resterà 7. dipoi misureremo con passi, o braccia lo spacio, che è infra le due positure, & per modo di esempio sia 23 $\frac{1}{2}$, noi haremo già cognitione di tre termini, cioè della altezza della scala, che è dodici parti, & dipoi delle sette parti della ombra retta, & delle 23. braccia & mezo, che sono fra la prima & la seconda positura. Talche per la regola delle tre cose verremo in cognitione del

interſegate della ſcala nella ſeconda poſitura, haranno la medeſima proportione alle parti della altra quantità, cioè alla B C, *che è lo ſpazio infra la prima poſitura, & la coſa da miſurarſi, del tutto, cioè* E K, *al tutto* B I, *che è la diſtantia fra la ſeconda poſitura & il luogo da miſurarſi, harà ancora la medeſima proportione il reſtante* K D *al reſtante* C I, *ſecõdo la nona del quinto di Euclide, che era quel che noi voleuamo prouare. Finalmente ſe nell'una & nell'altra poſitura le parti interſagate dalla linda fuſsino della ombra retta traendo ſempre il numero minore dal maggiore, tenendo nell'altre coſe il modo che ſi è inſegnato, trouerremo ſempre la altezza che noi*



cerchiamo.

cerchiamo. Et se in amendue le positure le parti fussino della ombra versa, riducendole alle parti della Ombra retta (come si insegnò) & traendo poi il numero minore del maggiore, nel medesimo modo vedremo che ci riuscirà lo operare.

Come si possi misurare la detta altezza, alla quale non ci possiamo accostare, con una positura sola.

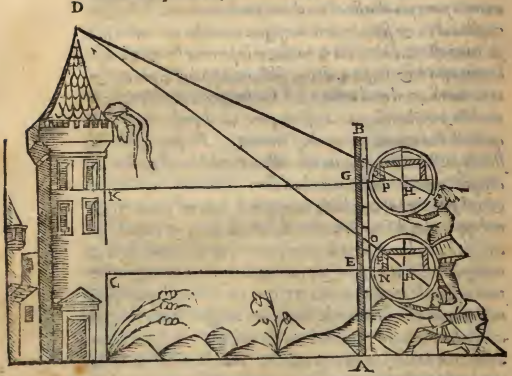
Accomoderemoci la prima cosa di una canna da misurare, scompartita in quarti di braccia, o a soldi & a danari come altra volta si è detto, & la rizzeremo a piombo in quel luogo doue vorremo stare ad operare, & adatteremo dipoi il nostro Astrolabio a qualche parte di essa da basso, & guardando per le mire della linda l'altezza dalla torre, considereremo qual parte della scala venghino intersegate da detta linda. Dipoi trasportando lo Astrolabio lo accommoderemo a qualche altra parte piu alta della nostra canna, & medesimamente guarderemo per le mire della linda la altezza da misurarsi, & considereremo di nuouo quelle altre parti della scala venghino intersegate dalla linda, le quali se saranno, nell'una operatione et nella altra, della ombra uersa traggasi il numero minore dal maggiore, & serbisi quelche resta, per il primo numero della regola delle proportioni, & il secōdo numero, sarà quella parte della canna intrapresa infra la prima & la seconda applicatione dello Astrolabio, & il terzo numero sarà quello che sarà il maggiore delle parti intersegate, se adunque si multiplicherà il secondo numero per il terzo, & si partirà quel che ce ne verrà per il primo, haremmo senza dubio la altezza che noi cercauamo. Ma se le parti intersegate saranno nell'una parte & nell'altra dell'ombra retta riduchinsi all'ombra versa, & questo si farà multiplicando tutto il

lato

lato della scala in se stesso, & diuidendo quel che ce ne verrà per le parti intersegate. Imperoche questa permutatione delle ombre si fa mediante la mutatione della scala, la quale in questo luogo, noi per piu facile dimostratione della cosa, collochiamo nella parte di sopra dello Astrolabio. Le altre cose non variano da quello che noi insegnammo delle parti dell'ombra versa. Sia adunque per nostro esempio la torre da misurarsi C D, *& la canna posta a piombo* A B, *& la prima applicatione dello Astrolabio accommodato alla canna sia* E, *& per le mire della linda dirizisi la veduta al* D *altezza della torre, & la seconda applicatione dello Astrolabio alla canna nella parte piu alta sia al* G, *donde medesimamente si dirizi la veduta al* D, *& siano le parti intersegate amendue nell'ombra uersa, l'una alle* 10. *l'altra alle* 9. *parti, & la portione intrapresa della canna fra* E *&* G, *sia* 4. *de suoi soldi, multiplichisi* 4. *per* 10. *& ce ne verrà* 40. *il qual numero se si diuiderà per* 1. *che è la differentia delle parti intersegate, ci resterà pure* 40. *il qual numero sarà quello dell'altezza della torre che si cercaua. Et questo si dimostra in questo modo. Sia un lato dello Astrolabio nell'application di sopra, come se hauessimo volto il detto Astrolabio sozopra* H P, *& nel guardare al* D *la linda interseghi la scala nel punto* Q. *& nell'application di sotto sia vn lato della scala* H N, *& la linda interseghi l'altro lato di detta scala nel punto* R, *& haremmo di già* 4. *triangoli, cioè* D H K, *&* Q H P, *nell'applicatione di sopra, & altre tanti nell'applicatione di sotto* D H C *&* O H N, *i lati de quali sarãno proportionali. Imperoche si come* H P *corrisponde allo* H K, *cosi corrisponderà ancora* P Q *alla* K D, *& cosi come* H N *(che è la medesima che la* H P *) corrisponde alla* H C *(che è la medesima che la* H K *) cosi sarà la* N O, *alla* C D, *& quelle cose che sono proportionali ad alcuna cosa, sono ancora proportionali fra di loro. Leuisi*

adunque

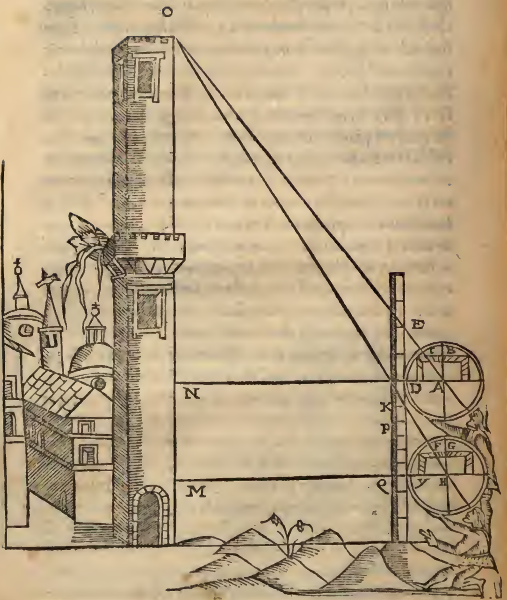
adunque dalla N O, *quanto è la* P Q. *cioè* R O, *& similmente dalla* C D, *quanto è* K D, *il restante* N R, *harà la medesima proportione al restante* C K, *ouero* E G (*che è la medesima*) *che harà il tutto* N O, *al tutto* C D, *secondo la dicianouesima del quinto di Euclide. Per tanto noi habbiamo di già cognitione della* N R, *& della parte della canna intrapresa fra la prima & la seconda applicatione dello Astrolabio, cioè* E G, *& ancora della* N O, *perilche non ci sarà difficile, mediante la regola del* 3. *molte volte già detta, venire in cognitione del quarto termine, cioè del* C D, *altezza della torre, che era quello che si cercaua.*



E se le parti della scala intersegate, fussero nell'una applicatione

dello

dello Astrolabio & nell'altra, nell'ombra retta, come si vede nella figura che segue, la dimostratione sarà quasi la medesima, imperò che si come la C B, *corrisponde alla* B A, *cosi fa la* A D *alla* D E, *& hauendo noi cognitione de' tre primi termini verremo facilmente in cognitione del quarto. Ancora nella applicatione dello Astrolabio da basso alla canna, si come la* F G *corrisponde alla* G H, *cosi fa la* H Y *alla* Y K, *&* *hauendo cognitione de' tre primi termini, sapremo ancora il quarto. Di nuouo come corrisponde la* A D *alla* D N, *cosi fa la* D E *alla* N O, *& il simile fa la* H Y *alla* Y M, *ouero ilche è il medesimo la* A D *alla* D N, *come la* Y K *alla* M O, *adunque come* D E *corrisponde alla* N O, *cosi fa la* Y K *alla* M O. *Et se si leuerà dalla* Y K *quanto è la* D E, *ce ne resterà* P K, *& cosi leuando dalla* M O *quanto è la* N O, *ce ne resterà* M N. *Dico che quel restante* P K *harà la medesima proportione al restante* M N, *ouero* Q R *(perche sono uguali) che quella che harà tutto lo* Y K *al tutto* M O. *Et hauendo noi mediante le cose dette già cognitione de' tre termini, non haremo da dubitare del quarto. Ultimamente se in una delle applicationi dello Astrolabio le parti della scala fussino nell'ombra versa, & nell'altra applicatione nell'ombra retta, riduchinsi le ombre verse nelle rette (si come si insegnò) & l'altre cose si metteranno in essecutione con la medesima regola. Potrassi ancora far questo medesimo senza hauer a far la redutione, se si multiplicheranno le parti verse nelle rette, & si trarrà quel che ce ne uiene da* 144 *numero quadrato del lato della scala, & porremo poi quel che ce ne resterà nella regola delle tre cose p il primo numero, et per secondo esso quadrato della scala, cioè* 144, *et per terzo essa portione della canna intrapresa fra l'una, & l'altra applicatione, et multiplicando il secōdo per il terzo, & partendo quel che ce ne uiene p il primo, ne nascerà l'altezza della torre che cercauamo di sapere.*


O
E
B
D
A
N
K
P
F
G
M
Q
Y

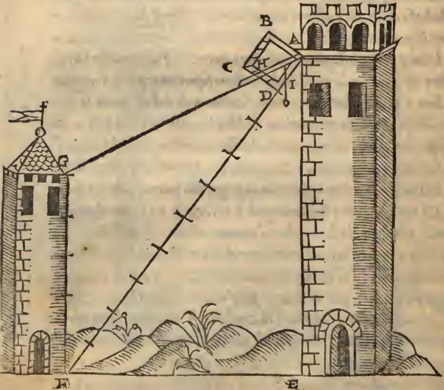
Come trouandosi sopra una torre possiamo misurare una torre minore, & cosi trouandosi su la minore misurare la maggiore con il quadrante. Cap. XVI.

SIA la torre maggiore E A, *di cima della quale vogliamo misurare la torre* F G *pongasi lo angolo* A *del quadrante alla cima della torre maggiore volto il lato* C D *alla torre minore. Pongasi la linda a dirittura del lato del quadrante* A D, *& alzisi, o abbassisi detto quadrãte, tanto che passando la veduta per amendue le mire, arriui al piè della basa della torre minore da misurarsi. Dipoi senza muouere punto il quadrante, alzisi, o abbassisi la linda, tanto che la veduta per le mire arriui alla cima* G *di detta torre. Fatto questo lascisi cadere da detta linda un filo col piombino sopra qual parte si voglia del lato* A D *del quadrante, come sarebbe a dire dalli punti* H I. *Considerisi dipoi che proportione habbia la parte* A I *del lato* A D *intrapresa dal filo, che casca dalla linda, con la altezza del filo, che è fra la linda, & detto lato* A D, *perche il raggio della veduta* A F, *harà la medesima proportione con la propostaci minore altezza* F G.

La ragione è che i duoi triangoli A H I, *&* A F G *sono di angoli uguali; conciosia che lo angolo* A *è comune all'uno, & all'altro. Et lo angolo* A H I *dal lato di dentro, & dalla medesima bãda, è uguale allo angolo* A G F, *& medesimamente lo angolo* A I H, *è uguale allo angolo* A F G, *pur di dentro, & dalla medesima banda, secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Talmente che in quella proportione, che* A I *corrisponde allo* I H, *corrisponderà ancora il raggio della veduta* A F, *alla propostaci altezza* F G.

Bisogna adũque sapere la quãtità del raggio della veduta A F,

che la saperemo in questo modo; misureremo un filo mãdato giù col piombino, che sia A E, *dipoi partiremo* E F *con quella regola, che si disse nel Cap.3. di questo lib. nell'operatione ultima. Dipoi multiplichisi l'una, & l'altra* A E, & E F, *ciascuna da per se in se stessa, & raccolghinsi insieme dette multiplicationi, et di tale raccolto traggasi la radice quadrata, la quale sarà il lato* A F *del triangolo ad angolo retto* A E F *secõdo la quarantasettesima del primo di Euclide. Ma per piu facile dimostratione seruaci per esempio, che* A E *sia otto parti, &* E F *sei, multiplichisi 8. in se stesso farà 64. & 6. ancora in se stesso farà 36. raccolgasi dipoi il 64. e'l 36. farà*



100. *la radice quadrata del qual* 100. *è* 10. *dicesi, che* 10. *braccia sarà la* A E, *et caschi il filo* H I *nel punto del mezo di essa* A D, *&* *sia* A I *per dua tanti della* I H, *sarà ancora* A F *dua tanti ad essa* F G, *& per consequentia essa* F G *sarà cinque di quelle parti, che tut to* A F *sarà dieci, come mostra la figura.*

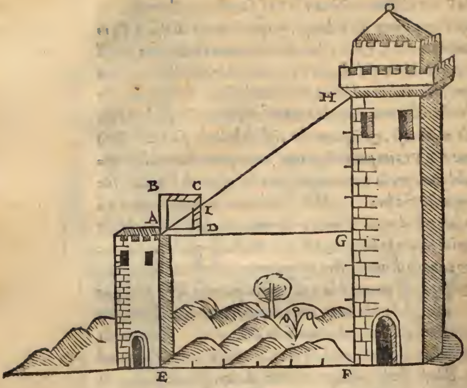
Misurerassi ancora questa torre minore con lo Astrolabio, & per esempio sia pur la torre piu alta A E, *et da essa habbiamo a misurare la piu bassa* G F. *Piglisi la prima cosa la distantia* E F, *come si insegnò nel quarto capitolo di questo libro, la quale sarà uguale alla* G K, *& dirizando la linda al* G *haremo da questo duoi triãgoli, cioè* A K G, *& l'altro causato dalla linda & dalla scala altimetra nello Astrolabio, onde per la regola già altra volta detta, i lati loro saranno fra loro scambieuolmente proportionali. Conciosia che cosi come le parti della scala intersegate, corrisponderanno allo intero lato di essa scala, cosi fa la* K G, *uguale ad essa* E F, *al lato* K A. *Multiplichisi adunque lo intero lato della scala per il lato* K G, *& quel che ce ne verrà si parta per le parti intersegate della scala, & ce ne verrà la altezza* K A, *la quale se si trarrà da tutta la* A E, *già (come si disse) altezza notaci, mediante la fune ce ne rimarrà* K E, *uguale ad essa* G F, *che è quello che si cercaua.*



Come da una torre baſſa ſe ne poſſa miſurare una piu alta, o qual ſi uoglia altiſsimo monte.

Et ſe per il contrario, noi voleſſimo ſtando in cima di vna torre minore, miſurare la maggiore, come ſarebbe a dire, che trouandoci ſopra

sopra la E A *volessimo misurare la* F H *faccisi in questo modo. Fermisi il quadrante per lo lungo, & per il diritto di essa* A E, *in tal maniera che* B A, & A E *faccino insieme una linea retta, & il lato* C D *si volti verso l'altezza* F H, *qual si harà a misurare. Pongasi dipoi la linda sopra il lato* A D *(tenendo fermo il quadrante) & posto l'occhio alle mire, corra la veduta alla cima di* F H, *che è l'altezza da misurarsi, & il punto che ci darà la linda sia* G. *Sarà adunque* A E F G *un parallellogramo, ouero quadrilungo, i lati contrarij, del quale per la trentaquatresima del primo di Euclide, saranno uguali infra loro. Misurisi adunque* A E *mediante un filo mandato giù al modo usato, & sapremo quanta è la* F G. *Veggasi dipoi di sapere la lunghezza di* E F, *mediante quella regola, che nel terzo capitolo di questo libro, insegnammo nell'ultima demostratione, & saperassi quanta è la* A G, *cioè la quantità della nostra ueduta. Alzisi dipoi la linda, tenendo pur fermo il quadrante, tanto che per le mire si vegga la cima della altezza* H. *Fatto questo notisi doue batta la linda nel lato* C D, *& sia per modo di dire nel punto* I. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde il lato* A D *alla parte* D I, *corrisponderà ancora il raggio della veduta* A G *alla parte della altezza* G H, *come largamente si espose nello ottauo cap. Saputa adunque che haremo la lunghezza* G H, *aggiúgasi alla* F G, *acciò habbiamo tutta la lunghezza* F H. *In queste cose, & nelle altre simili è di necessità fare due volte la osseruatione, ma per maggiore chiarezza porremo doppo la figura lo esempio, acciò si faciliti quanto piu si puo il modo.*



Seruaci per esempio, che E F, *cioè* A G *sia* 24. *braccia, &* F G *braccia* 16. *&* D I *sia parti* 40. *di quelle, che tutto il lato del quadrāte è* 60. *perche* 60. *corrisponde al* 40. *per sesquialtera, cioè per la metà piu. Dicesi che il raggio della veduta* A G, *sarà ancor esso per vna uolta, & mezo la* G H. *Multiplichinsi adunque le* 24. *braccia* A G, *per* 40. *ce ne verrà* 960. *ilche partasi per* 60. *ce ne verrà* 16. *per parte, et tante braccia sarà essa* G H, *alle quali aggiunghinsi le* 16. *braccia di essa* F G, *& ce ne verrà* 32. *braccia, et tanto sarà la propostaci altezza* F H. *Da questi esempi si posson cauare molte altre misure, come potrà un ragioneuole ingegno da se stesso giudicare.*

Questa

Questa ancora si potrà misurare con lo Astrolabio, sia la torre bassa A E, *dalla quale noi vogliamo misurare la piu alta che sia* H F, *la prima cosa piglisi, come si è insegnato la distantia* E F, *la quale di necessità sarà uguale ad essa* A G, *et* G F *sarà uguale alla* A E, *dirizisi la linda alla* H, *& haremo duoi triangoli, cioè* A G H, *& quel che si fa dalla linda & dal lato della scala dello Astrolabio, i lati de quali saranno per la quarta del sesto di Euclide, scambievolmente proportionali, essendo di angoli retti, & lo angolo* A *essendo*



comune a l'uno & all'altro, perilche secondo che lo intero lato della scala corrisponde alle parti intersegate sue, cosi farà il lato A G *uguale (come si disse) allo* E F, *di necessità al lato* G H. *Multiplichisi adunque il lato che fanno le parti intersegate per* A G, *lato già a noi manifesto, & diuidasi quel che ne viene per lo intero lato della scala, & ce ne verrà la altezza* H G, *la quale se noi aggiugneremo alla altezza* A E *già (come si disse) notaci mediante la fune, essendo ella uguale alla* G F, *haremo la intera altezza* H F, *che noi cercauamo.*

Come si misuri una lunghezza di un pendio d'un monte con il quadrante. Cap. XVII.

NEL *medesimo modo, che si operò nel misurare una lunghezza a piano, si potrà operare nel misurare un pendio di un monte. Sia adunque il propostoci pendio* E F, *porremo il quadrante* A B C D *sopra il lato* C D *per lo lungo, & a diritto di essa* E F, *ponendo lo angolo* D *sopra il termine* E, *& voltisi il lato* B C, *alla cima* F, *secondo il solito, come già si è detto. Pongasi poi lo occhio allo angolo* A, *& alzisi, o abbassisi la linda tanto, che per le mire si vegga la cima* F. *Fatto questo guardisi doue batte la linda nel lato* B C, *& dicasi che batta nel punto* G. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde il lato* A B, *alla parte* B G, *corrisponderà ancora la lunghezza* E F, *al lato* A D. *Ma per piu chiarezza seruaci, che* B G *sia* 10. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche* 60. *corrisponde al* 10. *per sescupla, cioè per sei tanti, la propostaci lunghezza* E F, *sarà medesimamente per sei tanti la* A E, *ouero la* A D, *cioè per il lato del medesimo quadrante. Talche se il lato fusse tre braccia, la detta lunghezza* E F, *sarebbe braccia* 18. *Et se il monte fusse interrotto,*

rotto, o ſcoſceſo, talche non ſi poſſa oſſeruare, quel che ſi è detto, biſognerà miſurarlo a modo della torre, o d'altra coſa ritta ſopra il piano del terreno, come ſi moſtrò nel Cap.8. & nelli altri tre, che dopo li ſeguono.

La ragione è per la ugualità delli angoli de triangoli A B G, & A E F, *& de lati proportionali molte volte dimoſtri ne paſſati Capitoli. Però non ſi replica.*



Come stando a piè di un mõte si misuri la altezza d'una torre posta in cima del monte. Cap. XVIII.

SIA la propostaci torre E F, *posta in cima del monte, chiamato* A E, *& noi col quadrante al piè del monte* A. *Bisogna prima trouare la lunghezza del pendio del monte* A E, *in quel modo, che si disse nel passato capitolo. Il qual pendio prosopponiamo di hauer trouato esser braccia* 18. *Fatto questo pongasi il quadrante ritto sopra il termine* A, *uoltando il lato* A D, *& il lato* C D *all'usato verso la torre* E F, *alzisi dipoi, o abbassisi la linda, talmente che per le mire si uegga la cima* F. *Dipoi non mouendo punto il quadrante, attachisi alla linda un filo col piombino, che caschi in qual parte si uoglia del lato* A D, *il qual filo per modo di esempio sia* G H, *che diuida esso lato* A D *nel punto* H, *& sia nel mezo infra* A *&* D. *Misurisi dipoi la parte del filo* G H *intrapreso dalla linda, & dal lato* A D, *distendendo la detta portione del filo* H G *su per il lato* B C, *o su per il lato* C D. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponderà la intrapresa parte* A H, *alla parte del filo, che casca a piombo* G H *corrisponderà ancora il pendio del mõte* A E *alla altezza della torre* E F. *Seruaci per esempio, che* A H *sia* 30. *&* H G *sia* 15. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche il* 30. *corrisponde al* 15. *per dua tanti, la lunghezza* A E *sarà ancora essa per dua tanti dell'altezza della torre* E F. *Et hauendo presupposto, che la lunghezza* A E *sia* 18. *braccia, la altezza dunque* E F *propostaci, sarà* 9. *braccia simili. Et se piu chiaramente ne vorremo fare esperienza per la regola delle quattro proportionali, multiplichisi* 18. *per* 15. *ce ne uerrà* 270. *ilche partito per* 30. *ce ne verrà* 9. *per parte,*

le quali

le quali cose si vedranno piu chiare mediante il disegno, che poco lontano porremo in carta.

La ragione delle dette cose è che i duoi triãgoli A G H, & A E F *sono fra loro di angoli uguali per la ventinouesima del primo, molte volte allegata. Et perche lo angolo* A H G *dal lato di dentro, & dalla medesima banda è uguale allo angolo* A E F, *accade per la quarta del sesto, che come* A H *corrisponde ad* H G, *cosi la* A E *corrisponde alla altezza* E F *della propostaci torre.*



Et

Et se la detta torre fussi collocata sopra di un monte, che fusse talmẽte scoscesο, o pieno di interrotti precipitij, che la non si potesse misurare, nel passato modo, misureremola in questo altro. Da un piano conuicino al monte piglieremo prima la altezza del monte; & dipoi l'altezza della torre, & del monte insieme; & raccolta dipoi l'una, & l'altra, in quel modo, che si disse nel Cap. 8. bisogna trarre l'altezza del monte dal raccolto del monte, & della torre, che è sopra del monte, & ce ne rimarrà la altezza della propostaci torre. Ilche per piu chiarezza, esaminisi con l'uno quadrante, & con l'altro.

Sia la propostaci torre F G *posta sopra il monte scoscesο, & pieno di interrotti precipitij, ritta però a piombo. Arrecheremoci col nostro quadrante in un piano posto allo intorno del monte, & piglieremo l'altezza del monte, secondo quella regola, che si disse nel decimo capitolo, con le due vedute. Seruaci per esempio del primo modo osseruato della veduta il* K M, *& per il secondo lo* I L, *insieme con le linee* D I, *&* D L, *che caschino a piombo dallo occhio* D *a terra, uguale ad essa altezza del monte* G H, *& l'una, & l'altra sia per modo di esempio* 12. *canne. Esaminisi dipoi la altezza* F H, *cioè la altezza del monte* G H, *& della torre* G F *insieme, secondo la regola, che si disse nel decimo capitolo, Et sia ancora* O Q *secondo la prima osseruatione, ouero* N P *insieme con le linee a piombo* D N, *&* O P, *secondo la seconda osseruatione, uguale a detta* E H, *& l'una, & l'altra sia canne* 18. *Traggasi finalmente l'altezza* G H, *della altezza* F H, *cioè* 12. *canne delle* 18. *ci rimarrà la propostaci altezza della torre, essere canne* 6. *le quali cose tutte, tratte medesimamente dal decimo capitolo, insieme con la figura, che segue, si sono poste con euidentissima proportione, acciò seruino a dare lo esempio di quel che si deue osseruare in dette cose, o in altre simili.*

Come

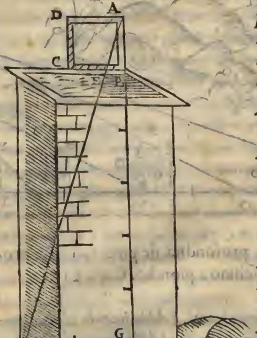


Come si misurino le profondità de pozzi, o altre profondità che caschino a piombo. Cap. XIX.

NEL misurare i pozzi, si debbe intendere la loro profondità esser quella, che è dalla sponda alla superficie dell'acqua. Perche non penetrando la ueduta oltra la acqua, & in essa ripercotendosi, come in specchio, non intendo di parlarne, auuertiscasi oltra di questo, che non si possono misurare ancora quei pozzi, che per la gran profondità loro, come spesso interuiene di quelli, che sono sopra i monti, non puo l'occhio uedere i termini del fondo loro, cioè la superficie dell'acqua. Ma quando sono tali, che detta superficie si discerna, faremo in questo modo.

Sia

Sia il propostoci pozzo di forma quadra B E F G, *la profondità del quale* B G, *o* E F *si habbi da misurare. Rizisi il quadrante sopra il lato* B G, *per il diritto della faccia della sponda di esso pozzo* B E, *& il lato* A B *sia a dirittura di esso* B G. *Posto dipoi l occhio al punto* A, *muouasi tanto la linda, che si vegga per amendue le mire il termine del fondo* F, *posto al trauerso del* BG. *Fatto questo guardisi doue batte la linda nel lato del quadrante* B C *dicasi, che batta nel punto* I. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde la parte* H B *al lato* B A, *corrispõderà ancora il* G F, *cioè il* B E *(conciosia che e' sono uguali) alla propostaci lunghezza, o profondità* A G. *Seruaci per esempio, che* B H *sia* 20. *di quelle parti, che il lato del quadrãte è* 60. *Misurisi dipoi* B E, *che per modo di esempio dicasi, che sia braccia* 6. *sarà ancora braccia* 6. G F, *conciosia che e' sono lati opposti, & corrispondentisi del paralellogramo, ouero quadrilungo* B E F G, *i quali per la trentaquatresima del primo di Euclide, sono fra loro uguali. Multiplichisi adunque* 6. *per* 60. *& ce ne verrà* 360. *il qual numero partasi per* 20. *& ne haremo per*



ogni

ogni parte 18. sarà adunque 18. braccia la A G, *dalle quali se si trarrà la* A B, *quale per modo di dire sia 3. braccia, trouveremo la profondità del pozzo esser braccia 15.*

La ragione è, che i duoi triangoli A B H, *&* A G F *sono infra loro di angoli uguali, per la ventinouesima del primo di Euclide, & lo angolo* A B H, *è uguale allo angolo* A G F *(concisia che l'uno, & l'altro è retto) adunque per la quarta del sesto, auiene che si come* H B *corrisponde alla* A D, *cosi corrisponde la larghezza del pozzo* F G, *alla lunghezza* G A *composta di* B A, *&* G B.

Potrassi ancora saper il medesimo in questo altro modo. Misurisi H F, *& sia per modo di esempio 5. braccia, multiplichinsi 5. per 60. ce ne verrà 300 ilche partito p 20. ce ne verrà 15. come prima.*

La ragione è, che i tuoi triangoli A B H, *&* H E F, *sono medesimamẽte fra loro di angoli uguali, però che lo angolo* A H B, *è uguale allo angolo* E H F, *postoli dirincontro, secõdo la quintadecima del primo di Euclide, & medesimamẽte lo angolo retto* B, *è uguale all'angolo* E, *l'altro adunque* B A F, *è uguale all'altro* H F E, *secondo la trentaduesima del primo. Onde per la quarta del sesto, come* H B *corrisponde alla* B A, *cosi corrisponde* H E *alla* E F, *uguale per la medesima ragione alla* B G.

Ma quando il pozzo fusse tondo auuertiscasi il diametro della sponda del pozzo, & il resto si faccia come si è detto. Ma con l'altro quadrante in questo modo. Sia il pozzo tondo E F G H, *il diametro del quale sia* E F, *ouero la sua uguale* G H. *Accomodisi il quadrante alla sponda di detto pozzo talmente, che la fine del lato* A D, *si congiunga con il punto* E, *alzisi dipoi, o abbassisi il quadrante, lasciando sempre andare il piombo libero, tanto che per amendue le mire si vegga il termine del fondo di detto pozzo arrincontro* H. *Fatto questo senza muouere punto il quadrãte, guardisi doue batta*

il filo nel lato C D. *Dicasi per esempio, che batta nel punto* I. *In quella proportione, che corrisponde la parte* D I *intrapresa dal filo, al lato* D A, *corrispõderà ancora la* G H, *ò la sua uguale* E F *alla propostaci lungezza della profondità. Misurisi adunque* E F *uguale a detta* G H, *qual sia per modo di esempio 9. braccia, &* D I *sia 6. di quelle parti, che tutto il lato del quadrante è 12. perche il 12. corrisponde al 6. per dua tanti; lo* E G *similmente sarà per dua tanti dello* E F, *ouero* G H, *uguale, come poco fa dicemmo alla* E F. *Multiplichinsi adunque 9. per 12. & ce ne uerrà 108. ilche partito per 6. ne viene 18. per parte, et tante braccia sarà la profondità* E G *propostaci, In tutte l'altre cose si operera a corrispondentia.*



La ragione è, che i duoi triãgoli A D I, & E G H *sono infra di loro di angoli uguali, perche lo angolo* G E H, *è uguale da lato di dentro, & dalla medesima banda allo angolo* D A I, *secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Conciosia che la diritta* A H, *taglia a trauerso la* A I, & *la* E G, *che sono paralelle, & medesimamente lo angolo* D *è uguale, essendo retto, allo angolo retto* G, *secondo la quarta dimanda. Il rimanente angolo adunque*

A I D è uguale allo altro E H G, *per la trentaduesima del detto di Euclide.* *In quella proportione adunque, che corrisponde il lato* I D *al lato* D A, *corrisponderà ancora il lato* H G *al* G E, *secõdo la quarta del sesto, conciosia che sono corde sotto ad angoli uguali.*

Questo medesimo faremo ancora con lo Astrolabio, perche poi che sapremo la larghezza del pozzo; sapremo ancora la profondità non con molta difficultà, sia la bocca del pozzo A B, *tre braccia, o per dir meglio, sei meze braccia uguale per larghezza quanto è la* D C, *& la sua profondità sia* A D. *Tengasi sospeso lo Astrolabio dal suo anello, & dirizisi la linda al* C, *& haremo duoi triangoli, l'uno* A C D, *& l'altro nello Astrolabio, come altra uolta si è detto, &*

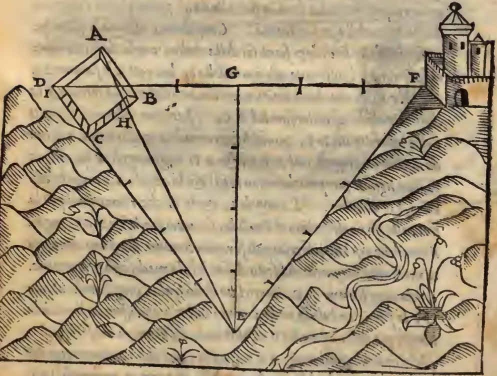


essendo i lati loro scambieuolmente fra loro proportionali, in quello stesso modo che le parti della scala intersegate dalla linda corrispondono allo intero lato di essa scala, così la A B, *diametro del pozzo, &* C D *sua uguale corrisponde alla sua profondità* A D. *Multiplichinsi adunque* A B, *cioè le sei meze braccia per lo intero lato della scala, & partasi quel che ce ne viene per* 3. *che sono le parti intersegate dalla linda della ombra retta, & haremo* 24. *che son la profondità del pozzo che andauamo cercando.*

Come si misuri così la larghezza, come la profondità delle ualli, o de fossi con il quadrante. Cap. X X.

SIA *la propostaci valle da misurarsi* D E F, *ouero il fosso intorno alla muraglia, la larghezza da capo, della quale sia* D F, *& la sua maggior profondità* E G. *Cerchisi prima di sapere la distantia* D F, *secondo la regola si dette nel principio del terzo capitolo di questo libro. La quale p modo di esempio, diciamo di hauere trouata* 18. *braccia, o vuoi che sia per cinque volte il lato del quadrante. Misurisi di nuouo il pendio della valle, secondo quella regola, che dicemmo nel* 16. *Cap. cioè la* D E, *tenendo ritto il quadrante sopra il lato* D C, *& uoltato il lato* B C, *all'usanza uersò il termine* E, *& sia il* D E, *per cinque volte il lato di detto quadrante. Dicesi che in quella proportione, che il lato* A B *corrisponde per* 5. *tanti alla parte* B H *compresa dalla linda, & sia essa linea* D E *per maggior chiarezza* 15. *braccia. multiplichinsi* 15. *p se stesso, ne uerrà* 225. *Multiplichinsi dipoi p se stessa la metà della* D F, *cioè* D G, *che è braccia* 9. *ce ne verrà* 81. *traggasi vltimamente* 81. *di* 225. *& ce ne verrà* 144. *la radice quadrata*

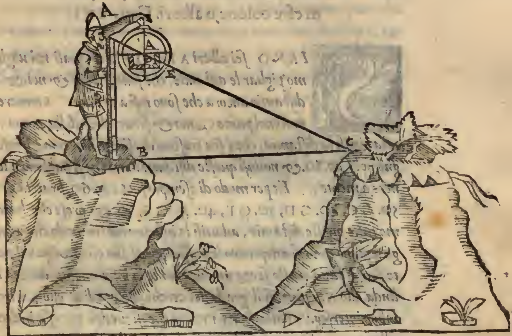
quadrata, del qual numero è 12. & tante braccia diremo, che sia la profondità E G, *& cõciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato, che si fa del lato* D E, *che è rincontro allo angolo retto* D E G, *del triãgolo* D E G, *è uguale a gli altri duoi quadrati, che si fanno de lati* D G, *&* G E, *che fanno lo angolo retto. Traendo adunque il quadrato* D G *del quadrato* D E, *ci rimane il quadrato* E G, *la radice del qual ci dà la lunghezza* E G, *& queste cose bastino; perche non ci potrà occorrere figura alcuna di linee diritte, che non si possi con queste regole misurare.*



Questo

Questo si misurerà ancora cõ lo Astrolabio in questo modo con lo aiuto, però della tua canna, o asta, la quale se noi diuideremo dal lo occhio nostro a terra in sei parti, che sieno per modo di dire, sei mezze braccia fiorentine, quando bene nell'operare tu hauessi a stare alquanto piu alto che sul piano del terreno, per non esser tu dallo occhio a terra tre braccia a punto, & questo perche dal diuider questa canna in sei parti, ce ne verranno manco rotti, nel far poi la tua ragione di abbaco, i quali sogliono spesso arrecare confusione, & sia detta asta, o canna A B, *& lo spazio da misurarsi sia, o fosso, o ualle, o fiume sia* B C. *Posta poi la tua canna ritta a piombo, & sospeso da essa lo Astrolabio, & posto lo occhio alla* A *talmente che la veduta corra per amendue le mire della linda al punto* E, *che è la parte al rincontro della tua distantia. Considerinsi allhora le parti intersegate dalla linda, & siano sei della ombra versa, le quali riducẽdole come si è insegnate alle parti della ombra retta, le faremo* 24. *che abbraccieranno horamai vno intero lato della scala retta, & la distantia della veduta sino ad* A C. *Saranno adunque le parti della ombra retta* D E. *Hora discorreremo in questo modo, hauendo noi duoi triangoli, cioè* A B C, *&* A D E, *gli angoli de quali* D *et* B, *sono uguali (imperoche ei son retti) & lo angolo* A, *è comune al l'uno, & all'altro. Lo angolo* C, *& lo* E, *che rimangono per la trentaduesima del primo di Euclide, saranno medesimamente uguali, perilche & i lati de triangoli saranno comuni, haranno di necessità mediante la quarta del sesto di Euclide la medesima proportione. Adunque si come* A D, *intero lato della scala, corrisponde al lato* D E *le parti, cioè della ombra retta: così* B A *corrisponderà, cioè la lunghezza della asta alla* B C, *distantia del fiume, o del fosso. Multiplichinsi adunque* B E 24. *parti, cioè della ombra retta per* A B, *cioè per* 6. *che è la lunghezza della asta, & ce ne verrà* 144. *Et diui=*

Et diuidendosi questo numero per 12. che è lo intero lato della scala ce ne verrà 12. che sarà la distantia, o larghezza del fiume, o del fosso, che noi andauamo cerçando.



Come si posino misurare di piu cose poste in un piano, come sarieno alberi, o colonne, o simili, le distantie, che sono infra te, & loro, & le distantie ancora che sono infra l'una, & l'altra di esse colone, o alberi. Cap. XXI.

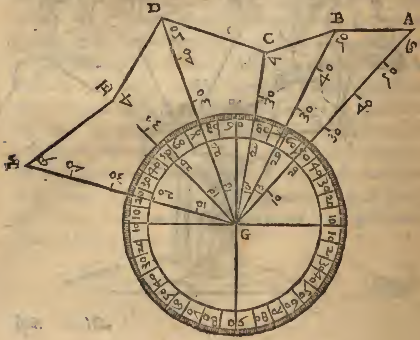
SIANO sei alberi A B C D E F, *de quali noi uogliamo pigliar le distantie, che sono fra essi & noi, & le distantie ancora che sono infra di loro. Fermerem*oci nel punto G, *noi & seruendoci della canna, o asta piglisi la distantia, che è fra ciascun di essi & noi, come si insegnò nel Cap.20. & notinsi queste distantie come che si habbino a tenere a mente. Et per modo di esempio sia* G A, *60. braccia* G B 50. G C, 40. G D, 50. G E, 40. *&* G F, 50. *& prese che haremo tutte queste distantie, adattisi lo instrumento in modo che uenga a piano come si adoperano le bussole, & il suo cētro uēga nel pun*to G, *& fatto questo senza muouer punto lo instrumento dirizisi la linda allo* A, *& notisi il grado del cerchio de gradi di esso Astrolabio intersegato dalla linda mentre che si uedrà per essa il detto albero* A. *Et pongasi da parte detto grado notato, & voltata poi la linda all'albero* B, *si noti pur il grado doue batterà detta linda, & si faccia il medesimo del* C D E F. *Dicasi che fra l'albero* A, *& l'albero* B, *siano compresi nell'Astrolabio 20. gradi. fra* B, *&* C, 15. *& fra* C, *&* D, 30. *& infra* D, *&* E, 25. *& ultimamente fra* E, *&* F, 30.

Disegnisi

Disegnisi dipoi con le seste sopra un foglio, un cerchio grande a modo nostro, scompartendolo in 360. parti, o gradi, & il suo centro sia G, *che rapresenti il punto della positura doue stette nell'operare lo Astrolabio, quando si presono le distantie delli alberi. Da questo punto* G, *che haremo fatto sul foglio tirisi una linea diritta, lunga a beneplacito nostro che sia* G A, *et questa diuidasi in tante parti fra loro uguali quante furono le braccia, che si trouaron essere fra* G & A, *quali presupponemmo che erano* 60. *Presa dipoi la distantia de gradi, che noi trouammo essere nello Astrolabio infra* A & B.



tirisi una linea dal centro G, *la quale sarà* G B, *& verrà all'albe=ro* B, *& la diuideremo in* 50. *parti uguali, che sono comprese infra* G B. *Preso dipoi nello Astrolabio il numero de gradi che era com preso infra* B C, *tirisi vn'altra linea dal cētro* G, *che sia* G C, *la qua le diuidasi nella distantia delle sue braccia, che furno* 40. *Questo medesimo si faccia de gli altri alberi con la medesima regola, & ti=rinsi le lor linee dal centro* G, *a ciascuno di essi, & diuidinsi nelle di=stantie delle braccia. Vltimamente congiunghinsi insieme le teste di queste linee, cioè* A B, B C, C D, D E, E F, *con linee rette, et aperte le seste piglinsi le distantie infra l'uno albero, & l'altro, & traspor=tinsi nella distantia, che è fra il* G, *& lo* A, *& ueggasi quāto le seste abbracciano di quelle parti, che rapresentano le braccia, & si saprà per questa via quante braccia sieno fra l'uno & l'altro di ciascun di essi alberi, che è quello che si cercaua.*



Come si misurino le distãtie di molte cose poste per lunghezzza in un filo in piano, trouandosene in alcun luogo lontano. Cap. XXII.

SE DVE, o piu cose saranno fra loro lontane non per larghezza ma per lunghezza come le colonne che fusser poste a filo, opererassi quasi nel medesimo passato modo. Et per esempio, siano tre colonne B, C, D, *& stiasi fermo nella positura* A, *piglisi la prima cosa seruendosi dello*

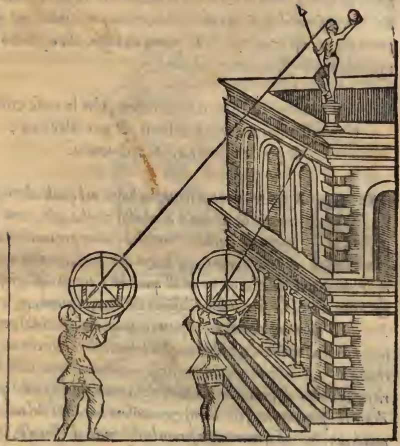


aiuto della asta, o canna, la distantia A D *(come si insegnò) & nel medesimo modo la distantia ancora* A C, *& la* A B, *dipoi hauendo prese queste distantie, traggasi la minore, cioè la* A C, *dalla* A D, *et la* A B, *dalla* A C, *& si trouerrà facilissimamente quanto ciascuna di esse colonne sia lontano dalla altra.*

Come si misurino le cose poste in luoghi alti, cioè finestre capitelli di colonne, statue, & qual si uoglia altra cosa ritta sopra qual si uoglia altezza. Cap. XXIII.

M*ISVRISI la prima cosa la altezza dello edifizio sopra il quale sarà collocata essa finestra, capitello, o statua, come già si insegnò nel Cap.* XVIII. *Et dipoi si rimisuri, la altezza dalla cima della statua insieme con tutto lo edificio, & traggasi poi l'altezza della figura dalla altezza del tutto, & haremo la altezza della statua che si cercaua, & l'altezza ancor dello edificio.*

Come



Come ſtando in terra ſi poſſa trouare un punto, che a piombo corriſponda al punto di alcuna coſa collocata in alto. Cap. XXIIII.

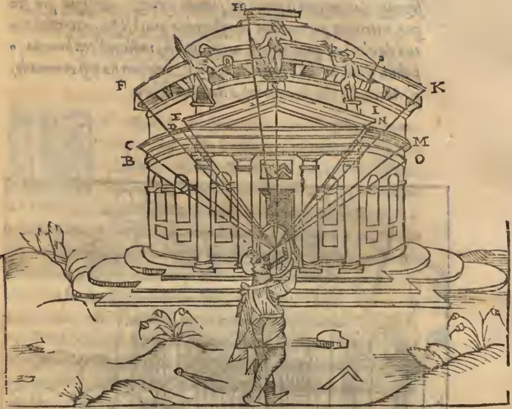
SOSPENDASI per lo anello lo Aſtrolabio, & dirizisi la linda a quel punto di ſopra, al quale noi vorremo trouar il punto di ſotto, che li corriſpōda a piombo, & notato quello, ſenza muouer punto lo Aſtrolabio,

labio, ne in quà, ne in là, abbassisi la linda verso la parte piu bassa della medesima altezza, & dirizisi la veduta per le mire, & quel punto che per esse vedremo sarà il punto da basso, che a piombo corrisponde al propostoci numero da alto.

Come si possino misurare le distantie, che le cose collo-te ad alto hanno infra di loro, & per altezza, & per larghezza. Cap. XXV.

PRESA *da qual si voglia luogo nel quale altrui si ritruovi, la distantia di qual si voglia cosa, come si è insegnato con lo Astrolabio, come per modo di dire della* A B, *&* C, *&* D, *& di* E F. G, *& di* H Y, *& delle altre parti, quali ci occorrino di qualche Tempio Magnifico, & honorato. (ilche sarà cosa utilissima alli Architettori, & a coloro che si dilettano di mettere in pittura alcuna prospettiua) per hauere la intera notitia d'esse distantie già trouate delle cose che noi cerchiamo. Multiplichinsi in loro stesse quadratamente (ilche si farà senza molta difficultà con lo aiuto della tauola delle radici quadrate che porremo nel sesto libro) & cauisene la radice del numero quadrato, & così troueremo a punto la distantia di esse cose, come desiderauamo.*

Come



Come si mesurino le distantie delle medesime cose poste ad alto, cioè quãdo elle sieno per larghezza l'una lontana dall'altra, molto piu facilmente se il luogo sarà tale, che ui si possa accostare. Cap. XXVI.

S*OSPESO per lo anello a qualche cosa stabile lo Astrolabio, acciò che non si muoua, dirizisi la linda dalla* A *al* B, *per star pur nel medesimo esempio, di= poi al* CDEFGHY, *& finalmente a quãti segni, o termini*

o termini si voglino, et procurisi di notare in quel modo che si è insegnato esattamente il punto del piombo da basso, che segno per segno, o termine per termine corrisponde à tutti i segni, o termini notati da alto: a i quali alhora accostandoci, misurinsi con braccia, o palmi, o lire, o soldi (non ostante che il piano non sia cosi commodo) gli interualli, che saranno infra ciascuno di loro.



Come si possa ritrouare se alcuna cosa che sia in moto, ti si appresi, o ti si allontani, come armate di mare, o eserciti di terra, o simili, cosa utilissima a Generali delli eserciti.

Cap. XXVII.

LE COSE che sono in moto per lunghezza, quando elle sono molto lontane, ci ingannano spesso mediante la debolezza della veduta, & malageuolmente si discerne se ci si appressano, o ci si allontanano. Però sarà cosa utile per potersi risoluere, o di perseguitare lo esercito dello inimico quando se ne andasse, o di far le tue preparationi per aspettarlo quando venisse ad affrontarti. Sospeso adunque lo Astrolabio da una picca, o da altra asta, acciò stia piu fermo, dirizisi la linda allo inimico, & poco dopo senza mutar punto nella linda, nello Astrolabio tornisi a riguardarlo per le medesime mire, & subito vedrassi se ci si è, appressato, o allontanato. Perche se senza muouer lo Astrolabio, nella linda vedremo per le medesime mire l'esercito inimico piu volte, si conoscerà che non ci si auicina nè allontana: ma che egli stà fermo.



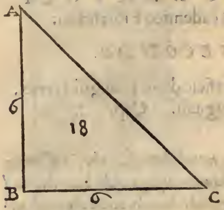
DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO SECONDO.

Come si misuri una superficie di un triangolo retto, che ha duoi lati uguali. Cap. I.

INFRA *tutte le superficie, che ci possono occorrere da misurarsi, pare che si attribuisca il primo luogo al triangolo, atteso che non si può chiudere superficie alcuna da mãco linee, che da tre. Et de triangoli ne sono alcuni, che hanno vn'angolo retto; perilche si chiamano rettangoli. Alcuni altri hanno tutti a tre gli angoli acuti, chiamati da Greci, & da Latini Oxigonij, i quali noi potremo chiamare di angoli sotto squadra, o acuti. Alcuni altri ancora ne sono, che hanno un angolo Ottuso, i quali noi potremo chiamare triangoli con angoli sopra a squadra. Tratteremo adunque primeramente da triangoli retti. Secondariamente delli Acuti, & vltimamente delli Ottusi, o sopra squadra. De triangoli retti ne sono alcuni di duoi lati uguali, & alcuni, che hanno tutti a tre i lati disuguali. Dicasi prima di quelli, che hanno duoi lati uguali, i quali si misurino in questo modo. Misurisi vno de suoi lati uguali, & multiplichisi per se stesso, & la metà di tale multiplicato, sarà il numero delle braccia di detto triangolo, ouero multiplichisi vno de lati uguali, per la metà dell'altro a lui uguale, che sarà il medesimo. Ma per maggior dichiatione dicasi, che il triangolo rettangolo sia* A B C, *i*

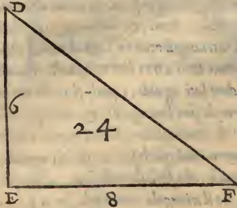
lati del quale A B, *&* B C *siano uguali, che nel punto* B, *fanno lo angolo retto, & sia ciascuno di questi lati braccia 6. se si multiplica 6. vie 6. ce ne verrà 36. il qual numero diuiso per dua ci resterà 18.*



dicesi il campo detto in triangolo rettangolo di lati uguali esser 18. braccia, ouero diuidasi B C *in due parti, l'una delle quali sarà 3. et multiplichisi poi questa parte per il lato intero* A B, *che è 6. si vede che 3. vie 6. fa 18. talche nell'un modo, et nell'altro haremo, che il propostoci trangolo è 18. braccia a punto.*

Del triangolo retto, di lati disuguali. Cap. II.

QVESTA *passata regola serue a misurare ancora i triangoli retti di lati disuguali, conciosia che se si misureranno i duoi lati, che concorrono a far l'angolo retto; & si multiplicheranno l'un per l'altro, la metà del multiplicato sarà la quantità delle braccia del detto triangolo.*

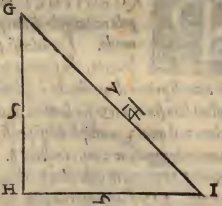


Seruaci per esempio che il triangolo retto di lati disuguali sia D E F, *& l'angolo retto sia* E, *&* D E *sia braccia 6.* E F *braccia 8. multiplichinsi 6. vie 8. farà 48. ilche partasi per dua, ce ne verrà 24. che tante braccia sarà detto triangolo propostoci, ouero multiplichisi*

il 3. che è la metà del 6. per 8. & ce ne verrà pure medesimamente 24. che è il numero delle braccia di detto campo, o triangolo.

Come si troui la quantità de lati uguali di un triangolo con angolo retto, dato che sappiamo quante braccia è il lato, che è rincontro all'angolo retto, o come si trouino le braccia di detto lato, sapute le braccia delli altri duoi lati. Cap. III.

SE PER qual si voglia cagione ci bisognassi, saputo quante braccia fusse il lato del triangolo, che è posto rincontro all'angolo retto, sapere le braccia degli altri duoi lati uguali, che corrono a fare detto angolo retto, faremo in questa maniera. Multiplichisi il lato a noi già noto per se stesso; & di tale multiplicato piglisi la metà; & di questa metà cauisi la radice quadrata, la quale ci darà la braccia dell'uno, & dell'altro lato, che cercauamo. Et seruaci per esempio, che il propostoci triangolo sia GHI, *del quale il lato* GI *sia quello, che è rincontro allo angolo retto, et sia braccia* $7\frac{1}{14}$. *a noi già note, multiplichisi questo numero in se stesso, che ci darà braccia 50. piglisene dipoi la metà, cioè 25. & la radice quadrata di 25. è 5. dicesi adunque, che ciascun de lati uguali, che concorrono a far l'angolo retto, cioè* GH, *&* HI



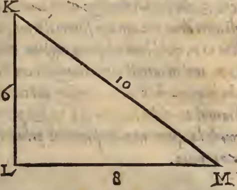
& HI sono braccia 15. per uno.

Et se per il cõtrario, posto che noi hauessimo notitia de lati GH, *&* HI, *& ci bisognasse sapere quante braccia è l'altro, che è rincontro allo angolo retto, multiplichisi il numero 5. per se stesso di* GH, *& ci darà 25. & cosi quello di* HI, *che ci darà pur'ancor esso 25. i quali numeri raccolti insieme ci daranno 50. dicesi che se si cercherà la radice quadrata di 50. trouerranno, che ella è* $7\frac{1}{14}$*. che sarà a punto il numero delle braccia del lato* GI, *che è posto rincontro allo an=golo retto. Conciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, ne triangeli di angoli retti, quel quadrato, che si fà del lato posto rincontro all'angolo retto, è uguale a i duoi quadrati, che si fanno de gli altri duoi lati, che corrono a fare l'angolo retto, & cosi per il contrario.*

Come propostoci un lato si possa fare un triangolo rettangolo di lati proportionali. Cap. IIII.

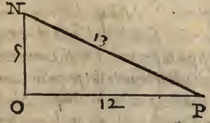
P*ROPOSTOCI un lato, se uorremo fare un triãgolo rettangolo di lati proportionali faremo in questo modo. Considerisi prima se il propostoci lato è di braccia, che siano, o in pari, o in casso. & per esem=pio trattisi prima di quello, che è di braccia pari, & dicasi che il pro=postoci lato sia* KL, *& sia braccia 6. diuidasi il 6. in dua parti, ce ne uiene 3. il qual 3. multiplichinsi per se stesso, ce ne uerrà 9. del qual numero traggasene uno, ci resterà 8. Dicesi che questo 8. sarà il lato di* LM *proportionale al* KL, *che concorre con esso a far l'ango=lo retto. Et se si aggiugnerà a questo 8. un 2. dicesi che questo nu=mero 10. sarà l'altro lato proportionale a gli altri duoi, posto rincon=tro all'angolo retto del triangolo* KLM. *Et se sapendo quante braccia*

braccia sia il lato K L, *& il* K M *riscontro allo angolo retto, et ci bisognasse sapere mediante questi, quante braccia fusse* L M, *multiplichisi il 6. in se stesso, che ci darà 36. & il 10. ancora in se stesso, che ci darà 100. traggasi poi 36. di 100. ci rimarrà 64. la radice quadrata del quale sarà 8. adunque tante saranno le braccia del lato* L M



come erano prima, & se sapute quante braccia sia K M, *&* M L, *ci bisognasse sapere mediante questi duoi lati, quante braccia sia* K L, *multiplichinsi in se stesse le 8. braccia di* M L, *che ci daranno 64. & il simile faremo di* K M, *che è 10. & ci darà 100. traggasi poi il 64. di 100. ce ne resterà 36. la radice quadrata del quale è 6. sarà adunque il lato a piombo* K L *braccia 6.*

Ma quãdo ci fusse proposto un lato, che fusse di braccia in numero casso, come per esempio sarebbe il lato N O, *che fusse braccia 5. et haueßimo a fare un triãgolo rettangolo di lati disuguali, ma proportionali, faccisi in questa maniera. Multiplichisi questo lato*



5. in se stesso, ci darà 25. del qual 25. traggasene uno, ce ne resterà 24. dicesi che la metà di questo 24. che è 12. sarà il numero delle

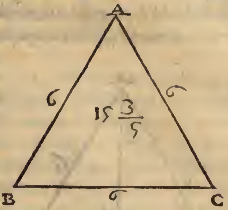
braccia

braccia del lato O P, proportionallo allo N O, & che seco concorre a far' l'angolo retto. Et se a questo numero 12. si aggiugnerà 1. diuenterà 13. che sarà il numero delle braccia del lato N P proportionale a gli altri duoi, che con esso fanno il triangolo rettangolo di lati disuguali N O P, & è la medesima ragione quella del lato del triangolo N. O P, anzi di tutti li altri triangoli, che hanno lati disuguali, saputo, che haremo duoi lati, in cercar' del terzo, che quella, che poco fà habbiam detto del triangolo K L M, & per via di esempio, discorsa, secondo la quarantasettesima del primo di Euclide, donde l'abbiamo cauata.

Come si misurino i triangoli d'angoli sotto squadra, o acuti, & del modo di ritrouar' i lati l'un per l'altro. Cap. V.

I TRIANGOLI, che ci si possono offerire, che habbino tre angoli acuti sono di tre sorte, o di tre lati uguali, o di duoi uguali, & il terzo disuguale, o di tre lati disuguali, & si possono misurare in uarij modi, de quali habbiamo scelti li piu facili, & i piu certi: Sia il primo de triangoli acuti, & di lati uguali, del quale vogliamo sapere la pianta. Multiplichisi uno di questi lati in se stesso, & quel che ne viene si multiplichi una altra volta per 13. & quel che ne risulta si parta per 30. Dicesi, che ne verrà un numero, che sarà la quantità delle braccia del propostoci campo, o triangolo, & per maggiore chiarezza eccone lo esempio. Sia il detto triangolo di lati uguali, & d'angoli acuti, del quale qual si voglia de lati uguali: sia 6. braccia, multiplicato questo numero in se stesso ci darà 36. il qual 36 rimultiplicato p 13. ci darà 468. il che partito p. 30. ce ne uerrà 15 $\frac{18}{30}$. per

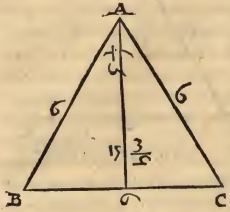
per parte, i quali $\frac{11}{11}$. sono $\frac{3}{5}$ d'uno intero, adunque 15 $\frac{3}{5}$ sarà la pianta del proposto= ci triangolo A B C. *Et se questa pianta si multipliche rà per 30. & si partirà quel che ce ne uerrà per 13. la sua radice quadrata, che ce ne verrebbe, sarebbe il nume ro delle braccia di qual s'è*



l'uno de lati uguali, & seruaci per esempio. Multiplichisi le brac= cia 15 & $\frac{3}{5}$. per 30. & ce ne verrà 468. percioche del multiplicato di 15. in 30. ne viene 450. & del multiplicato di $\frac{3}{5}$ in 30 ne viene $\frac{90}{5}$, che sono 18 interi, i quali aggiunti al 450. fanno la somma 468, il qual numero diuiso per 13. ci darà per ciascuna parte 36. la radice quadrata del quale 36. è 6. il qual numero delle braccia è quel di qual si voglia lato del triangolo A B C, *come da principio dicemmo.*

Puossi ancora per altra via trouare il numero delle braccia de la pianta, o spazzo di detto triangolo di lati uguali: seruendoci della linea, che partendosi da qual angolo si voglia caschi a piõbo sopra il mezo del lato, che sotto li sia disteso; la qual linea a piombo si ritro ua in questo modo. Multiplichisi uno di questi lati uguali per 13. & diuidasi poi il multiplicato per 15. ciascuna di quelle parti, che ce ne verrà, sarà il numero delle braccia di questa linea a piombo. Et per sapere mediante questa linea, quanto sia tutta la pianta, multi= plichisi la quantita di detta linea per la metà d'un quale si voglia lato del triangolo; & quel che ce ne verra, sarà la quantità della pianta, o spazzo di esso triangolo. Seruaci per esempio, che ciascu= no lato del detto triangolo A B C, *sia medesimamente braccia 6.*

Multiplichinsi 6. per 13. & ce ne verrà 78. il qual numero diuidasi per 15. ce ne verrà 5 $\frac{1}{5}$. sarà adunque la linea a piombo, che per modo di esempio cadrà dall'angolo A, nel mezo della basa B C braccia 5 $\frac{1}{5}$ il qual numero se si multiplicherà per 3. cioè per mezo il lato del triangolo, ci darà 15 $\frac{3}{5}$. che fu il numero delle braccia, che trouammo esser secondo il primo modo la pianta del triangolo. Et se noi vorremo mediante questa linea a piombo sapere quante braccia sieno essi lati, multiplichisi essa a piombo per 15. & quel che ce ne risulta partasi per 13. & quel che ce ne verrà per parte sarà a punto la quantità delle braccia di qual si voglia lato. Et seruaci per esempio la poco fa trouata linea a piombo, che fu 5 $\frac{1}{5}$. la quale multiplicata per 15. ci dara 78. percioche 5. uie 15. fa 75. & $\frac{1}{5}$ uie 15. fa $\frac{15}{5}$. che sono 3. interi, quali aggiunti a 75. fanno 78. il quale 78. partendolo per 13. ci dara per ciascuna parte 6. braccia, come poco fa si dimostrò mediante la pianta. Trouansi da lati le braccia de la pianta; & dalla pianta le braccia de lati, & similmente da essi lati le braccia della linea del piombo, & da lei le braccia della pianta, & le braccia de lati.

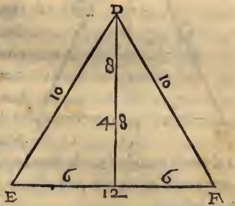


Come

Come si misurino i campi in triangolo di tre angoli acuti,& di duoi lati uguali,& un disuguale. Cap. VI.

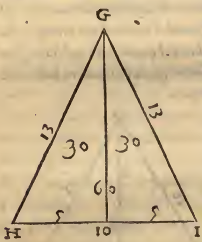
I TRIANGOLI *acuti, che hanno duoi lati uguali, & uno disuguale, si misurano in questo modo: Multiplichisi la metà della sua basa in se stessa, & serbisi da parte tal multiplicato; dipoi si multiplichi ancora uno de suoi lati uguali in se stesso; & traggasi dal multiplicato di questo lato, il multiplicato della metà della basa, & trouisi la radice quadrata di quel che ce ne resta, la quale ci darà a punto la quãtità della linea a piombo, la quale se noi multiplicheremo per la metà della basa, haremo la quantità dello spazzo del triangolo detto di duoi lati uguali, & tre angoli acuti. Et seruaci per esempio, che il detto triangolo sia* D E F, *i duoi lati del quale* D E, & D F, *sono fra loro uguali, & di braccia* 10. *l'uno, & la basa, ouero l'altro lato disuguale, sia braccia* 12.

Multiplichisi adunque la meta della basa, che sara braccia 6. *in se stessa, & ci dara* 36. *et oltra questo multiplichinsi ancora un lato degli uguali, che sara* 10. & *ce ne verra* 100. *del quale* 100. *se ne trarremo* 36. *ce ne restera* 64. *la radice del quale* 64. *è* 8. & *tãte braccia sara la linea a piombo, che dall'angolo* D *cascò in su la basa* E F. *Multiplichisi dipoi questo* 8. *per la meta della basa, che sara* 6, & *ce ne uerra* 48. *il qual* 48. *sara a punto il numero delle braccia dello*



ſpazzo, o vogliamo dire pianta del noſtro triangolo di tutti li angoli acuti, & di duoi lati uguali.

Non voglio, che mi paia fatica dare uno altro eſempio di un'al tro triangolo ſimile, pur di angoli acuti, & di duoi lati uguali, che ſia GHI, *la baſa del quale ſia braccia* 10. *& ciaſcuno de lati uguali ſia braccia* 13. *ſe noi vorremo ritrouare lo ſpazzo, o la pianta, multiplichiſi la prima coſa la meta della baſa in ſe ſteſſa, che è* 5. *& ce ne verra* 25. *& dipoi pur ſi multiplichi uno de ſuoi lati uguali, che è* 13. *in ſe ſteſſo, & ci dara* 169. *dal quale traggaſi il* 25. *ce ne re ſtera* 144. *la radice quadrata del qual numero ſara braccia* 12. *il qual numero ſara la quantita delle braccia della linea a piombo, che dall'angolo* G, *cadra a punto in ſul mezo della baſa* HI. *Et ſe me miante queſta linea a piombo uo leſsimo trouare quāte braccia ſia lo ſpazzo, o pianta di eſſo triango= lo, multiplichiſi la meta della ba= ſa, che è* 5. *per* 12. *che ſono le brac cia della linea a piombo, & ce ne verra* 60. *numero a punto delle braccia dello ſpazzo, o della pian= ta del detto triangolo* GHI, *& ſe finalmēte noi piglieremo la me ta di queſto* 60. *che è* 30. *haremo la quantita dell'uno, & dell'altro triangolo ad angolo retto, che inſieme fanno il triangolo di duoi lati uguali* GHI.



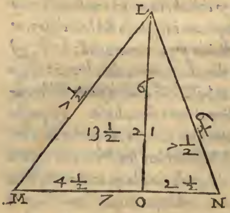
Come si misuri un campo, ouero un triangolo, che habbi tre angoli acuti, & tre lati disuguali. Cap. VII.

NEL voler misurare un campo si fatto, ci bisogna la prima cosa cercare della linea a piombo, la quale trouerremo in questo modo. Multiplichisi ciascuno de lati in se stesso; & serbinsi da parte i loro multiplicati. Raccolgasi dipoi il multiplicato della basa; & del destro lato insieme; & da quel che ce ne risulta, traggasi il lato sinistro, cioè il suo multiplicato; & di quel che ci resta piglisi la meta, et partasi per il numero della basa, & quel che ce ne verra, sara il numero della parte destra della basa, sopra la quale debbe cadere la linea a piombo. Multiplichisi adunque questa diuisione destra in se stessa, & traggasi quel ce ne viene, da qual ci viene del multiplicato del lato destro, & di quel ci resta piglisi la radice quadrata, la quale ci dara la quantita della a piombo.

Oueramente faremo in questo altro modo, raccolti insieme i numeri multiplicati in loro stesi, & della basa, et del lato sinistro, traggasi da quel ce ne resulta il multiplicato in se stesso del lato destro, et la meta di quel ce ne viene si diuida per il numero della basa, & quella rata che ce ne verra, ci dara la quantita delle braccia del lato sinistro, doue si ha a diuidere la basa, cioè doue a punto debbe cadere la linea a piombo ad angoli retti sopra detta basa. Se questa diuisione finalmente si multiplichera per se stessa, et quel ce ne viene si trarra del multiplicato in se stesso del lato sinistro, ce ne restera un numero, la radice quadrata del quale sara la quantita delle braccia della linea a piombo. Poi che adunque in qual l'uno si uoglia di questi modi haremo notitia della linea a piombo, se noi la multiplicheremo per la meta della basa, haremo precisamente la quãtità delle

delle braccia del campo, o del triangolo di tre lati disuguali, et di tre angoli acuti, come ci proponemmo.

Ma seruaci per esempio, che questo triangolo di lati disuguali, & di angoli acuti sia L M N, *del quale il lato sinistro* L M, *sia braccia 6 $\frac{1}{2}$. & il lato destro* L N, *sia braccia 7. e mezo, & la basa* M N *sia braccia 7. a punto, multiplichisi le braccia 6. e mezo, del lato sinistro in se stesso, & ci daranno 42. Multiplichisi dipoi il 7. e mezo, del lato destro in se stesso, & ci darà 56. Oltra di questo multiplichisi la basa, che è 7. & ce ne verrà 49. Raccolgasi dipoi il 56. & il 49. insieme, & ce ne verrà 105. dal quale se trarremo il 42. ce ne resterà 63. la metà del qual numero è 31. e mezo, il qual numero partendosi per 7. che è il numero della basa, ce ne uerrà 4. e mezo, le quali saranno le braccia della parte destra della basa segnata* N O, *diuisa dalla parte sinistra sul punto* O, *doue la linea* L, *debbe cadere a piombo. Multiplichisi di nuouo il 4. e mezo, in se stesso, & ce ne verrà 20. il qual 20. se lo trarremo dal 56. ce ne resterà 36. la radice quadrata del quale sarà 6. che sarà la quantità delle braccia della linea a piombo* L O, *che andauamo cercando. Trouasi ancora essa linea del piombo in un'altro modo. Raccolgasi insieme 42. & 49. che fa 91. dal qual numero traggasi 56. & ce ne resterà 35. la metà del qual numero è 17. e mezo, il qual numero diuiso per la basa, che fa 7. ci dara per ciascuna parte 2. e mezo*



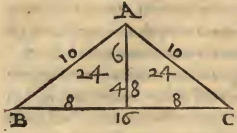
che

che ſono la quantità delle braccia del lato manco della baſa M O, *ſe ſi multiplichera adūque queſto 2.e mezo,in ſe ſteſſo ci dara 6.il qual 6. tratto dal 42. ce ne reſtera 36. la radice del qual 36.è 6.che è pu re la medeſima quantità delle braccia della linea a piombo. Multiplichiſi ultimamēte queſta linea a piombo già trouata 6. per 3.e mezo,che è la metà della baſa,& ce ne verra 21. il qual 21.è la quantità delle braccia del noſtro campo in triangolo di tre angoli acuti,& di tre lati diſuguali, che da prima ci proponemmo ſegnato* L M N. *Mediante le coſe dette, ne ſeguita, che facilißimamente ſappiamo la quantità appartata dell'uno, o dell'altro triangolo* L M O, & L O N *ſeparatamente. Percioche ſe noi multiplicheremo la metà della linea a piombo* L O, *che è 3.per la parte ſiniſtra della baſa, che è* O M, *cioè per 2. e mezo, ce ne verra lo ſpazzo del triangolo* L M O,*che è braccia* $7\frac{1}{2}$. *il qual numero tratto dal tutto dello ſpazzo del triangolo,che è 21.ce ne reſtera lo ſpazzo del triāgolo* L O N,*che ſara* $13\frac{1}{2}$. *Ouero multiplicato il 3.cioè la metà della linea a piombo,per 4.e me zo,che è la parte della baſa* O N, *ce ne verra 13. e mezo, che è medeſimamente la quantità dello ſpazzo del detto triangolo* L O N, *il qual tratto da 21.ci dara 7. e mezo, che è lo ſpazzo del triangolo* L M O, *& il ſimile ſi puo fare delli altri triangoli ſimili.*

De triangoli,con lo angolo ſopra ſquadra, come ſi miſuri un triangolo ſopra a ſquadra che ha duoi lati uguali. Cap. VIII.

I TRIANGOLI *di angolo ottuſo,o ſopra ſquadra ſono ſolamēte di due ſorti, o eßi hāno duoi lati uguali, ouero tre diſuguali. Quello che hara duoi lati uguali ſi miſura in quel medeſimo modo, che ſi miſurò il*

surò il triangolo di tre lati acuti, & duoi lati uguali, come si disse nel capitolo sesto di questo libro. Conciosia che la prima cosa bisogna trouare la perpendiculare, cioè la a piõbo, che da un'angolo piu commodo caschi in su la basa, che li sara rincontro, dipoi bisogna multiplicare la medesima a piõbo per la metà di essa basa, & ce ne verra lo spazzo del detto campo in triangolo con l'angolo sopra a squadra, & di

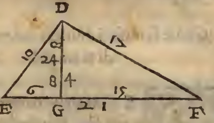


duoi lati uguali. Et per maggior dichiaratione, seruaci per esempio, che il triangolo d'angolo sopra squadra, & di duoi lati uguali sia A B C, *del quale* A B & A C, *siano i lati uguali, di braccia* 10. *l'uno & la basa* B C *sia braccia* 16. *simili, multiplichisi* 10. *in se stesso, & ce ne uerra* 100. & *poi multiplichisi la metà della basa, che è* 8. *in se stessa, & ce ne verra* 64. *il qual* 64. *traggasi dal* 100. & *ce ne restera* 36. *la radice quadrata del quale è* 6. *che è la quantità de le braccia della linea a piõbo, che dall'angolo* A, *cade nella basa* B C. *Multiplichisi dipoi questa a plombo per la metà della basa, che è* 8. & *ce ne verra* 48. *che sono la quantita delle braccia del propostoci triangolo con l'angolo sopra a squadra, & con duoi lati uguali, che dicemmo* A B C. *Et se noi diuideremo esso* 48. *in due parti uguali, haremo il numero delle braccia di qual si è l'uno de duoi triangoli causati di nuouo dalla linea a piombo, che sara braccia* 24.

Come

Come si misuri un triangolo con l'angolo sopra a squadra,& di tre lati disuguali. Cap. IX.

IN QVEL *medesimo modo, che si dimostrò nel settimo capitolo di questo libro, come si misura il triangolo di angoli acuti, & di tre lati disuguali, si misurera ancora il triãgolo di angolo ottuso, o sopra a squadra, & di lati disuguali. Et seruaci per esempio, che il triangolo sia* D E F, *del quale il lato* D E *sia braccia* 10. *& lo altro lato* D F *sia braccia* 17. *& la basa* E F *sia braccia* 21. *Multiplichisi il* 10. *in se stesso, & ci dara* 100. *& il* 17. *ancora in se stesso, & ci dara* 289. *& la basa, ancora che è* 21. *et ci dara* 441. *raccolgasi poi* 441. *&* 289. *insieme, & ce ne verra* 730. *dal quale* 730. *traggasi il* 100. *& ce ne restera* 630. *la metà del quale è* 315. *Diuidasi dipoi* 315. *per* 21. *che è la quantità della basa, che serue per partitore, & ce ne verra* 15. *ilche sara il numero delle braccia della lungheza della parte della basa* G F, *il quale numero multiplicato in se stesso fa* 225. *il quale tratto de* 289. *ci lascerà* 64. *la radice quadrata del quale è* 8. *talche si puo conchiudere, che la a piombo* D G *sia* 8. *braccia.*



Puossi ancora trouare questa linea del piombo in altra maniera, cioè mettasi insieme il 100. *riquadrato del* D E, *con il* 441. *riquadrato della basa* E F, *& haremo* 541. *del quale trahendone* 289. *che è il riquadrato del lato* D F, *& ce ne resterà* 252. *la metà del quale è*

126. il qual numero partito per 21. che è la basa, ci darà 6. per parte, le quali sono le braccia della lunghezza della basa verso il lato manco E G. *Multiplichisi questo 6. per se stesso, & ce ne verrà 36. il quale tratto dal* 100. *ci resterà 64. la radice quadrata del quale trouerremo essere 8. cioè la lunghezza della a piombo* D G. *Multiplichisi ultimamente la già trouata a piombo per la metà della basa, cioè 8. per* $10\frac{1}{2}$. *et ce ne verrà 84. il qual numero sarà la quantità delle braccia dello spazzo del propostoci triãgolo* D E F, *con lo angolo sopra a squadra, & con tre lati disuguali.*

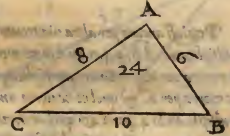
Dalche ne seguita, che se si multiplicherà la parte sinistra della basa E G, *p la metà della a piombo* D G, *cioè 6. per 4. haremo 24. che sono la quantità delle braccia dello spazzo del triangolo* D E G. *Et così se noi multiplicheremo per il medesimo 4. le braccia della parte destra della basa* G F, *che è 15. ce ne uerrà 60. che sono la quantità delle braccia del triangolo* D G F, *della qual cosa, se noi vorremo fare la riproua, raccolgasi insieme 24. & 60. & haremo 84. che è la quantità di tutto il triãgolo* D E F, *& il simile si potrà fare di tutti i triangoli di lati disuguali, habbino essi, o angolo retto, o sotto, o sopra a squadra.*

Come si misuri uniuersalmente qual si uoglia sorte di triangoli. Cap. X.

PER *maggior commodità senza hauere a sottoporsi alla linea del piombo si misurerà generalmẽte qual si voglia sorte di triangolo in questo modo. Raccolgasi insieme tutti i lati del triangolo, del quale vorremo sapere lo spazzo, & dipoi piglisi la metà di questo raccolto, da la quale metà traggasi separatamente i lati del nostro triangolo, & notisi*

notisi da parte le loro differentie, ouero quelli numeri, mediãte i quali ciascuno lato, si discosta dalla metà del raccolto de tre lati insieme. Dipoi multiplichisi la metà di esso raccolto per quale si voglia differentia, o numeri discostantisi detti, ma piu conuenientemente si farà per la differentia maggiore, & quel che ce ne verrà rimultiplichisi per qual si voglia delle altre rimasteci differentie, & quel ce ne viene rimultiplichisi per la vltima differentia, & di quel ce ne resulta si pigli la radice quadrata, che sarà la quãtità delle braccia del propostoci triangolo, nè importa in tali multiplicationi, qual ci facciamo prima, o la prima, o la seconda, o la terza, conciosia che sempre ce ne resulta il medesimo numero.

Seruaci per esempio il triangolo A B C, il sinistro lato del quale A B sia braccia 6. & il destro A C sia braccia 8. & la basa B C sia braccia 10. raccolgasi insieme 6. 8. 10. che sarà 24. la metà del quale è 12. del quale trattone 6. ce ne resta 6. & trattone 8. ce ne resta 4. & trattone 10. ce ne resta 2. Multiplichisi adunque 12. per 6. sarà 72.



& 72. per 4. sarà 288. & 288. per 2. sarà 576. la radice quadrata del quale si è 24. che sono a punto le braccia del propostoci triangolo A B C, sia egli, o di angoli acuti, o d'angol retto, o d'angolo ottuso, o vogliam dire sopra squadra. Haremo ancora il medesimo numero 576, se si multiplicherà il 12. per 4. & quel che ce ne uerrà si multiplicherà per 6. & quel che di nuouo ce ne verrà si multiplicherà per 2. Ouero se si multiplicherà il medesimo 12. per 2. & quel

 che

che ce ne verrà per 4. & quel ne verra poi ancora per 6. Ouero se si multiplichera il medesimo 12. per dua, & quel ne verra per 6. & quel ne verra poi per 4. conciosia che sempre ne resultera 576. come mostreremo nella dimostratione che segue de numeri.

1

12	uie	6	72
72	uie	4	288
288	uie	2	576

2

ouero	12	uie	4	48
	48	uie	6	288
	288	uie	2	576

3

12	uie	2	24
4	uie	24	96
6	uie	96	576

4

ouero	12	uie	2	24
	24	uie	6	144
	144	uie	4	576

A

Potriasi ancora per altra uia trouare il medesimo numero 576. multiplicando il 6. p 4. et quel ce ne verrà per 2. & quel ce ne verra ancora per 12. Ouero multiplicando il sei per dua, & quel ce ne verra per 4. & quel ce ne uerra ancora per 12. Oueramente multiplicando 4. per 2. & quel ce ne verra per 6. & quel ce ne uerra poi per 12. Conciosia che sempre ce ne resultera il medesimo numero come per lo esempio di sotto si puo vedere.

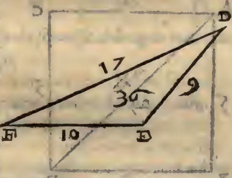
Primo modo 6 uie 4. 24. & 2 uie 24. 48. & 48 uie 12. 576.
Secondo modo 6 uie 2. 12. & 4 uie 12. 48. & 48 uie 12. 576.
Tertio modo 4 uie 2. 8. & 8 uie 6. 48. & 48 uie 12. 576.

Come per lo esempio si uede in tutta tre i modi ne resulta 48. il quale multiplicato per 12. ci da sempre 576.

La importãza della regola è questa, che raccolti i numeri de lati, di qual

di qual si uoglia propostoci triangolo, insieme et preso la metà di quel che ne viene, & notate le differentie di qual si sia l'un de lati, che auanzano alla metà del multiplicato, come poco fa si disse, che si multiplichi l'una differentia nell'altra, & quel che ne viene nella terza, et quel che ce ne viene di nuouo si multiplichi per la stessa metà del numero che già di tutti tre i lati raccogliemmo insieme. Et di quel che ultimamente ne viene se ne ha a pigliare la radice quadrata, che sarà quella che ci darà la quantità delle braccia dello spazzo del detto propostoci triangolo.

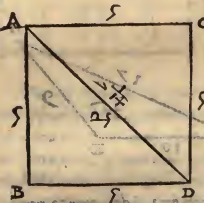
E per maggior dichiaratione ne daremo un'altro esempio, sia propostoci il triãgolo D E F*; il lato sinistro del quale* D E*, sia 9. braccia, & la basa* E F *sia braccia* 10. *& il lato destro* D F *sia braccia* 17. *raccolgasi insieme questi numeri* 9. 10. *&* 17. *& ce ne verra* 36. *la metà del quale sara* 18. *dal quale* 9. *è lontan per* 9. *&* 10. *per* 8. *&* 18. *per* 1. *talche le differentie sono* 9. 8. 1. *se si multiplichera* 9. *p* 8. *ce ne verra* 72. *il qual multiplicato per* 1. *ci dara pure* 72. *percioche il multiplicare per uno non accresce. Multiplichisi poi* 72. *per* 18 *che è la metà di esso* 36. *& ce ne verra* 1296. *la radice quadrata del qual numero sara* 36. *che sono la quantità delle braccia del triangolo* D E F. *che ci proponemmo, & il medesimo si fara di qual si uogli altro triangolo, sia egli di tre lati uguali, o di dua uguali, o pur di tre disuguali.*



Come

Come si misurino i campi quadri di lati uguali, & di angoli a squadra. Cap. XI.

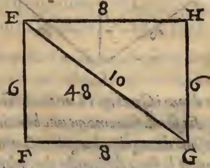
INFRA *le figure quadre che ci si possono offerire, le quali si habbino a misurare, pare conueniente che il primo luogo sia del quadro di angoli a squadra & di lati uguali, il quale p nostro esempio sia* A B C D, *ciascun lato del quale sia braccia 5. a voler sapere quanto egli è multiplichisi vno di questi lati in se stesso, cioè 5. uic 5. & ci dara 25. il qual numero sara la quantità delle braccia dello spazzo del nostro quadro. Et se ci bisognera trouare la quantità della linea schianciana, cioè della linea che partendosi da vno delli angoli andrà a trauerso a trouare l'altro angolo, a lui opposto, come per esempio fa la linea* A C, *facciasi in questo modo, multiplichisi* A B, *in se stessa, &* B C *ancora in se stessa ciascuna delle quali fara 25. ilche raccolto insieme farà 50 la radice quadrata del quale è 7 $\frac{1}{14}$. il qual numero è la quantità de le braccia della schianciana detta.*



Come si misuri un campo che sia quadrilungo di angoli a squadra, e di lati dirincontro corrispondentisi. Cap. XII.

NEL *medesimo modo ancora trouerremo la quantità delle braccia di un quadrilungo che sia di lati disuguali, ma di angoli a squadra, il quale per esempio sia* E F G H, *i lati del quale* E H, & F G, *sieno piu lunghi*

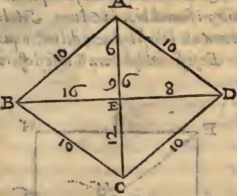
lunghi, che i lati E F *&* H G, *& de detti lati i primi siano per modo di esempio braccia* 8. *l'uno, & i secondi braccia* 6. *l'uno. Multiplichisi* 8. *per* 6. *& ce ne verrà* 48. *Dicesi lo spazzo del nostro quadrilungo essere* 48. *braccia. Et se si multiplicherà* 8. *in se stesso ce ne verrà* 64. *& multiplicato il* 6. *ancora in se stesso, ci darà* 36. *il qual numero raccolto insieme con il* 64. *ci darà* 100. *la radice quadrata del quale sarà* 10. *adunque* 10. *braccia sarà la sua schianciana, che partendosi dall'angolo* E, *andrà diritta per il trauerso allo angolo* G, *o vogliamo dire quella che si partisse dall'angolo* H, *& andasse a terminare nell'angolo* F.



Come si misuri un campo quadro di lati uguali, ma di angoli disuguali. Cap. XIII.

QVANDO *ci fusse proposto un campo quadro di lati uguali, ma di angoli disuguali, misureremolo in questo modo. Saputa che è la quātità delle braccia de lati di detto quadro, truouisi la quātità delle braccia delle linee che partendosi da gli angoli si attrauersano l'una l'altra, & multiplichisi la intera quantità di una di esse per la metà dell'altra, & quel che ce ne verrà, sarà la quantità delle braccia del presuppostoci quadrato, o vogliamo dir mandorla.*

Seruaci per esempio che questo quadro, o mandorla sia A B C D *ciascun*



ciascun lato del quale sia braccia 10. & la linea che atrauersa A C, sia braccia 12. & l'altra linea che atrauersa B D, sia braccia 16. Multiplichisi 16. per 6. ouero 12. per 8, & ce ne uerra 96. che sono la intera quantità delle braccia di esso quadro, o mandorla, o rombo come dicono i Greci & i Latini, che ci era proposto.

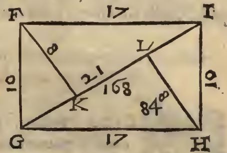
Et se non sapremo quante braccia sia una delle linee che atrauersano da angolo ad angolo: O non la potremo misurare, bisogna trouare la linea del piombo che cadendo da uno de gli angoli batte in su la altra, che ua da angolo ad angolo a noi incognita, per quella uia che si insegnò di sopra, nel 6. cap. di questo lib. Et multiplicare detta linea del piombo per la linea che andando da angolo ad angolo li serue per basa, presupposta che detta basa ci sia nota, ouero multiplicare la basa per la linea del piombo, & quel che ce ne uerra sara la quantità delle braccia di essa mandorla, come nello esempio dato poco fa, presupposto che noi sappiamo quante braccia sia la B D, linea trauersa, & uogliamo trouare la a piombo A E, ouero E C. Ouero dato che noi sappiamo la quantità della linea trauersa A C, & uogliamo trouare la a piombo B E, ouero E D, faccisi senza replicarlo, nel medesimo modo che si disse. Conciosia che in cosi fatte mandorle, o rombi, l'una & l'altra linea trauersa, diuide in due parti uguali detta mandorla, o rombo. Percioche la trauersa piu lunga, cioè la B D, ne fa duoi triangoli, che qual si è l'uno ha duoi lati uguali uno angolo sopra squadra, et duoi sotto squadra, ouero acuti.

Et la

Et la trauersa ancora piu corta A C, *diuide pure detta mandorla, o rombo in duoi triangoli che hanno duoi lati uguali : ma tutti gli angoli acuti, ouero sotto squadra. Aggiugnecisi che dette trauerse si intersecano l'una l'altra ad engoli retti, & con lati respettiuamente fra loro uguali.*

Come si misuri un campo quadrilungo di lati disuguali & d'angoli sotto & sopra squadra. Cap. XIIII.

SE CI fusse proposto a misurare un campo che fusse quadrilungo di lati disuguali, & di angoli sotto & sopra squadra, chiamato da i Greci, & da Latini Romboide, ilche credo che in nostra lingua potremmo chiamare ammandorlato, faccisi in questo modo. Misurinsi primieramente i lati, dipoi l'una delle schianciane, che lo attrauersa, talmente che questa schianciana diuidera il detto ammandorlato in duoi triangoli uguali infra di loro : ma di lati disuguali, et di angoli sotto, o sopra squadra come si voglino. Perilche se si trouera, o l'una, o l'altra linea a piombo che caschi in su la schianciana, la qual linea a piõbo sia p modo di esempio 8. braccia da trouarsi ĩ quel modo medesimo, che dicemmo di sopra nel cap. 6. & multiplicheremo per essa a piõbo le quantità delle braccia della schianciana, ce ne uerra la quãtità delle braccia della nostra forma del cãpo bislungo in quadro, o ammãdorlato



che dir ci vògliamo. Il medesimo ci riuscirà ancora se noi misure remo l'uno & l'altro triangolo, per quella via, o regola che si disse quando trattammo nel decimo cap. del modo vniuersale da misurare tutti i triangoli, & addoppieremo dipoi il misurato di detti spazzi. Seruaci per esempio che il propostoci ammandorlato, o romboide sia F G H I, *del quale amenduoi i lati piu lunghi siano braccia* 17. *l'uno, & i piu corti braccia* 10. *l'uno, & la schianciana sia braccia* 21. *debbesi adunque ritrouare la linea del piõbo* F K, *ouero* H L, *in quel modo che si insegnò di sopra, quale per la esperientia si trouerra essere braccia* 8. *Multiplichisi adunque* 21. *per* 8. *& ce ne uerra* 168. *che è la quantità delle braccia del nostro propostoci ammandorlato* F G H I. *Ouero misureremolo in quel altro modo che si insegnò del misurare generalmente tutti i triangoli: hauẽdo di detto ammandorlato fatto con la schianciana duoi triangoli, cioè* F G I, *&* G H L, *cõciosia che in questo modo trouerremo qual si è l'uno de duoi triangoli essere braccia* 84. *che addoppiandole ce ne daranno* 168. *Questo modo veramente mi pare breuissimo, & molto piu facile, che lo altro, nel quale si ha ad adoperare la linea del piombo, & non solamente è commodo a misurare un quadrilungo come questo: ma qual si voglia altra forma quadra come dimostreremo.*

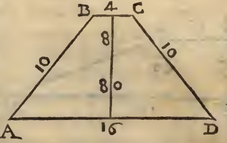
Come si misurino i campi quadri di lati disuguali, & di diuersi angoli. Cap. XV.

MOLTE & diuerse possono offerircisi le figure de campi di quattro linee, con lati disuguali & angoli diuersi. Percioche alcune possono hauere duoi lati uguali, & la testa di sopra nientedimeno disuguale, alla sua basa, o testa di sotto, con duoi angoli acuti & duoi ottusi.

Alcune

Alcune altre harãno duoi angoli a squadra, et forse duoi lati ugua li & gli altri disuguali. Alcune altre forse non haranno ne lati ne angoli che siano uguali, o corrispondentisi. Ma cominciereмо a dar lo esempio di alcuni di loro. Sia un campo di quattro linee A B C D, *talmente fatto che* A B *&* C D, *siano fra loro uguali di braccia* 10. *l'una & la testa* B C, *sia braccia* 4. *& la basa* A D *brac cia* 16. *è di necessità trouare la sua linea del piombo, che dalla testa cadra in su la basa, in questo modo. Multiplichisi uno di quei la ti uguali in se stesso, & serbisi da parte tale multiplicato: traggasi poi la testa dalla basa, & di quel ce ne resta, piglisi la metà, et mul tiplichisi questa metà per se stessa, & quel che ce ne viene traggasi, di quel numero che poco fa si serbò da parte, & di quel ci resta, pi= glisi la radice quadrata, la quale sara a punto la quantità delle brac cia della linea del piombo.*

Quando poi noi vorremo misurare, o sapere quante braccia sia lo spazzo di cosi fatto campo, raccolgasi la testa con la basa insieme, et di quel che ce ne viene piglisi la metà, & multiplichisi per la a piom bo, & quel ce ne verra sara lo spazzo del presuppostoci quadrango= lo, & eccone lo esempio piu manifesto. Sia A B *brac cia* 10. *&* C D *ancora brac cia* 10. *infra loro uguali.* B C *braccia* 4. *&* A D *brac= cia* 16. *multiplichisi il* 10. *in se stesso, & ci dara* 100. *dipoi traggasi* 4. *da* 16. *& ci resterà* 12. *la metà del quale e* 6. *il quale multipli*

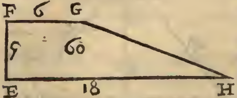


cato in se stesso ci dara 36. *il quale numero traggasi dal* 100. *ce ne*

restera 64. del quale 64. la radice quadrata è 8. che è la quantità delle braccia della a piõbo, che cade dalla testa B C *nella basa* A D, *raccolgasi adunque insieme 4. & 16. & ci dera 20. la metà del quale è 10. il quale multiplicato per 8. che è la a piombo ci dara 80. dicesi che il propostoci poco fa campo è 80. braccia simili.*

Come si misurino i campi quadrilungi che habbino duoi angoli a squadra & lati diuersi. Cap. XVI.

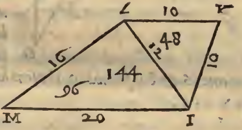
S*E CI fusse proposto un campo che hauesse duoi angoli a squadra, et tutti i lati disuguali: ma duoi paralelli, cioè ugualmente lontani l'un dall'altro, faremo in questo modo. Raccolghinsi insieme i duoi lati paralelli, che concorrono con il terzo a fare gli angoli retti: & di quel che ce ne verra piglisi la metà, & multiplichisi per la quãtità di detto terzo lato, che causa gli angoli retti. Dicesi che quel ne verra sara la quantità delle braccia del propostoci campo. Seruaci per chiarezza dello esempio del detto campo il disegno* E F G H, *la testa del quale sia* F G *braccia 6. & la basa* E H *paralella a detta testa sia braccia 18. & la a piombo* F E *sia braccia 5. & il quarto lato* G H, *sia quanto li tocchi, raccolgasi 6. della testa con 18. della basa, & ce ne verra 24, la metà del quale è 12. il qual 12. multiplicato p la a piõbo che è 5. ci dara 60. il che è il numero del presuppostoci campo.*



Come

Come si misuri un campo di quattro linee, che habbi duoi lati uguali & diuersi angoli. Cap. XVII.

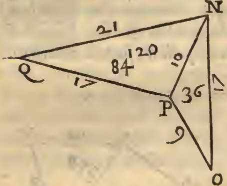
MISVRISI un campo che habbia duoi lati uguali, et angoli diuersi in questo modo, facciséne la prima cosa duoi triangoli, mediante la schianciana che ui occorre piu corta, & ritruouisi la quantità delle braccia di qual si è l'un di detti triangoli, in quel modo, o con quella regola che si disse nel misurare vniuersalmente tutti i triangoli, percioche mettendo insieme la quantità di amenduoi questi triangoli, haremo lo intero del propostoci campo. Seruaci per esempio che il campo sia K L M N, *che habbi duoi lati paralelli, & li altri disugualmẽte lontani l'un dall'altro, la testa del quale* K L *sia* 10. *braccia, et* 10. *braccia ancora il lato* K N, *& la basa* M N *sia braccia* 20. *& l'altro lato braccia* 16. *Truouisi, o misurisi la schianciana, & sia per modo di dire braccia* 12. *sara adunque questo nostro campo diuiso in duoi triangoli, cioè uno di angoli acuti, & di duoi lati uguali* L N K, *et l'altro hara angoli diuersi, & diuersi lati che sara* L M N, *finalmen mente lo spazzo di quel triangolo che ha gli angoli acuti, & i duoi lati uguali, si trouerra che sara braccia* 48. *& l'altro* L M N *braccia* 96. *misurãdoli con quelle regole che di sopra si son date, i quali duoi numeri raccolti insieme ci daranno braccia* 144. *che sara lo intero dello spazzo del presuppostoci campo.*



Come

Come si misuri un campo di quattro linee, due delle quali sieno uguali, ma non contigue, & di angoli diuersi. Cap. XVIII.

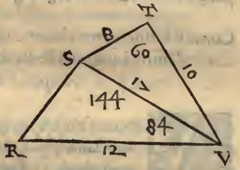
SIACI *proposto il campo* N O P Q *che habbi duoi lati uguali* N O, *&* P Q *ciascuno de quali sia 17. braccia, & l'uno de gli altri duoi sia braccia 9. cioè* O P, *& l'altro, cioè il quarto sia braccia 21. Bisogna la prima cosa misurare la schianciana* N P, *la quale per modo di dire, sia braccia 10. haremo fatto adunque cō essa duoi triāgoli* N O P *&* N P Q *di angoli & di lati diuersi, et mediante il 10. cap. quādo trattammo del modo uniuersale del misurare i triangoli, trouammo che* N O P, *era 36. braccia, & lo* N P Q *sarà braccia 84. perilche raccolto insieme 36. & 84. fanno 120. che sono le braccia del propostoci campo* N O P Q.



Come si misuri un campo di quattro lati, & di quattro angoli diuersi. Cap. XIX.

POTREBBECI *ancora accadere lo hauere a misurare un campo di quattro lati, & di quattro angoli diuersi, come sarebbe lo* R S T V, *il sinistro lato del quale* R S, *fusse perauentura braccia 10. & il lato di sopra,*

sopra, o vogliamo dire la testa S T, *fusse braccia* 8. *& il lato destro* T V, *fusse braccia* 15. *& la basa* R V *braccia* 21. *A volerlo mi surare bisogna la prima cosa tirare la sua schianciana* S V, *la quale ponghiamo di hauere trouata braccia* 17. *Sarà adunque diuisosi questa pianta, o spazzo* R S T V, *in duoi triangoli di diuersi lati, l'uno* R S V, *che è di angoli sotto & sopra squadra, & l'altro* S T V, *che ha vno angolo retto, lo spazzo adunque del triangolo* R S V, *secondo la regola del cap. da misurare uniuersalmente ogni triangolo sarà braccia* 84. *& l'altro* S T V *sarà braccia* 60. *i quali numeri raccolti insieme ci daranno braccia* 144. *che sono la quãtità delle braccia dello spazzo del presuppostoci campo* R S T V, *& bastinci questi vltimi tre esempij, conciosia che nõ ci potrà occorrere forma alcuna di quattro linee*



tanto strana, se ben ci sono de gli altri modi da misurarle, che non si possi misurare per queste vie. Et sappiamo molto bene che quella forma de quattro lati del cap. 15. A B C D, *si poteua diuidere in duoi triangoli di angoli retti fra loro uguali, & in vno quadrilungo di angoli retti, & de l'altra forma del cap.* 16. *cioè* E F G H, *si poteua diuidere in vno paralellogramo, ouero quadrilungo ad angol retto, & in un triangolo, o piu, & le piaze, o spazzi di essi triangoli, che fanno le figure de quattro lati si possono ancora trouare per altra via che per la regola del* 10. *cap. conciosia che si potrebbono trouare mediante le proprie poco fa date regole, ma questo vltimo modo è piu vniuersale, piu utile, piu facile, & piu breue di tutti gli altri.*

Delle

Delle forme di piu lati. Cap. XX.

POSSONCISI *offerire ancora molte forme di piu che quattro lati, & di piu che quattro angoli, le quali chiameremo campi, o figure, o forme di piu lati, le quali sono di due sorte, o regolari, o inregolari. Regolari son quelle che si posson disegnare dentro, o fuori di un cerchio con angoli et lati uguali, & che fuori, o dentro che elle siano del cerchio, hanno un medesimo centro insieme col cerchio stesso, inregolari son quelle che hanno, & i lati & gli angoli disuguali.*

Come si misuri generalmente un campo di molti lati, & di molti angoli, che sia di forma regolare. Cap. XXI.

A VOLERE *sapere quante braccia sia un campo di molti lati et angoli, che sia forma regolare, faccisi in questo modo. Truouisi primieramente il centro di detta forma, o figura, & tirisi dipoi dal detto centro la linea del piombo, che caschi nel mezo di qual si voglia de lati uguali. Multiplichisi dipoi la metà dell'ambito suo per la linea del piombo, & haremo la quantità di tutto il propostoci campo.*

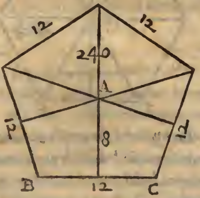
Quanto a trouare il centro di vna figura di piu lati, & angoli che sia regolare, faccisi in questo modo. Considerisi prima se la propostaci figura è di lati in casso, o in pari, se ella sarà di lati in pari, tirisi vna linea diritta che vadia dall'uno angolo all'altro oppostoli. Et fatto questo tirisene vn'altra pur diritta da dua altri angoli contrarij, et doue queste linee si interfecano insieme sarà il centro di detta figura: dal quale centro si debbe poi tirare la linea del piombo che caschi

caschi nel mezo di vno de qual si voglia lato.

Ma se noi haremo a trouare il cẽtro di una figura che sia di lati in casso, tirinsi due linee diritte che partendosi dalli angoli, vadino a cadere, nel mezo a punto de lati contrarij a detti angoli, & doue dette linee si intersecheranno, insieme sarà il centro di detta figura di lati in casso. Questa è vna regola generale la piu facile di tutte, et che ne mostra piu chiara, & piu precisa la verità: & serue a tutte le figure che sono di linee diritte et regolari, come è ancora il triangolo & il quadro di tutti i lati uguali, del che chi vorra potra facilmentre fare esperientia. Ma porremo nel capitolo che segue lo esempio delle cinque facce, che i Greci chiamano Pentagono.

Come si misuri un campo di cinque angoli che sia regolare. Cap. XXII.

DICASI che la forma, o figura regolare di cinque lati, sia come la quì di sotto disegnata che ha per centro A *& per basa* B C, *& la detta basa, o qual si sia vno de lati, sia braccia* 12. *trouato il centro* A *tirisi una linea da quello che caschi in sul mezo della basa* B C *a piombo, la quale sia braccia* 8. *multiplichisi le* 12 *braccia p li cinque lati, che ci daranno* 60. *& sapremo che la metà dello ambito è* 30. *multiplichisi dipoi* 30. *per* 8. *ce ne verrà* 240. *Conchiudesi che* 240. *braccia sarà*



R

cia sarà il propostoci cinque facce di lati & d'angoli uguali, & regolare. Il medesimo si farà, & siano quante braccia si voglino i lati del cinque facce, che i Greci come è detto chiamano Pentagono. Et cosi sia quante braccia si uoglia la linea del piombo che dal centro cadrà nel mezo di qual si voglia lato.

Come si misuri un campo di sei facce, & sei angoli uguali che sia regolare. Cap. XXIII.

SIACI per maggior dichiaratione delle cose passate proposto un campo di sei facce che sia D E F, ciascun lato del quale sia braccia 6. & dal suo ritrouato centro si tiri una linea a piombo, che caschi sopra il mezo del lato E F, la qual sia braccia 5 $\frac{1}{5}$. tutto il circuito, ouero ambito adunque di questo campo sarà braccia 36. la metà del quale numero è 18. multiplichisi adũque 18. per 5 $\frac{1}{5}$. ce ne uerrà 93 $\frac{3}{5}$. che saranno le braccia di tutto il propostoci cãpo D E F, & il medesimo ci riuscirà di un campo che sia di sette facce, o di otto, et di tutti gli altri, & siano di quante facce si voglino in casso, o in pari.



La ragione è che questo 6. facce è diuiso in 6. triangoli di angoli & lati uguali: le base de quali sono esse sei facce, & la linea diritta che cade dal centro D, nel mezo della basa E F, è la linea del piombo: & la linea E F rappresenta la corda di un cerchio descrit-

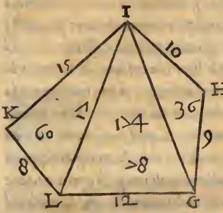
tole

tole a torno, & è chiaro che la linea del piombo bisogna che diuida detta E F, *in due parti uguali ad angoli retti, partendosi ella dal centro secondo la terza del terzo di Euclide. Diuisa adunque questa linea* E F *in due parti per la a piombo, fa di esso* D E F, *duoi triangoli uguali infra di loro ad angoli retti, secondo la quarantunesima del primo di detto Euclide. I quali se si multiplicheranno per la metà di detta basa (in quel modo che insegnammo misurare i triangoli) ne verrà lo spazzo finalmente di esso triangolo. Et essendo i lati del sei facce infra loro tutti uguali, et le linee che cascano dal centro nelle base ancor fra loro uguali (come facilmente si puo vedere per la quarta & per la ventiseesima del primo di detto Euclide) auuiene che la detta a piombo tirata nel mezo di qual si uoglia faccia, o basa, multiplicata per tutto lo ambito delle facce, fa triangoli doppi ad angoli retti delle dette facce, i quali triangoli rettāgoli ogni volta che noi li multiplicheremo per la metà di detto ambito, & la metà del ambito per loro, haremo la quantità dello spazzo di detto sei facce, et il simile potrem' fare dell' altre figure di piu facce a corrispondentia che sempre ce ne occorrerà il medesimo.*

Come si misuri un campo di piu facce, o lati diuersi, che sia inregolare. Cap. XXIIII.

N*E*L *misurare un campo che sia di diuersi lati & di diuersi angoli disuguali, & sia inregolari, bisogna primieramente risoluerlo, o diuiderlo in triangoli, cioè in minore numero di triangoli, che è possibile, et ne piu facili, & che piu espeditamente si possino misurare, secondo la regola generale che si disse del misurare i triangoli nel cap.* 10. *Percioche le quantità di qual si è l'uno di detti triangoli, raccolto in=*

sieme tutte, ci darãno la intera quantità del propostoci campo di piu lati & angoli disuguali inregolare. Delche ne daremo per piu facilità uno esempio. Sia il propostoci campo di cinque lati, o facce inregolari G H I K L, *il lato del quale* G H, *sia* 9. *braccia, & il lato* H I, *sia braccia* 10. & I K, *braccia* 15. & K L, *braccia* 8. *et* G L, *braccia* 12. *Se dal punto* I, *si tireranno due linee rette diritte a punti* G L, *che per modo di dire sendo fra loro uguali ciascun sia braccia* 17. *sarà diuiso questo pro propostoci campo di cinque lati comodamente in tre triangoli, de quali uno ne sarà di angoli & lati diuersi, cioè il*



G H I, & *l'altro* I G L, *di duoi lati uguali, & l'ultimo* I K L, *harà un angolo retto & tre lati diuersi, lo spazzo adunque di quel triangolo segnato* G H I, *trouerremo essere braccia* 36. & *il* G I L, *braccia* 78. & L I K, *braccia* 60. *come ne passati disegni del triangolo si è dimostro, raccolgasi adunque* 36. 78. & 60. *insieme & ce ne verrà* 174. *che è la quantità delle braccia del presuppostoci campo di cinque lati & angoli diuersi inregolare, che segnammo* G H I K L, *nel qual modo potremo a consequenza giudicare, o fare de gli altri.*

Da questo ne seguita (parlando delle figure inregolari) che quelle di cinque lati si debbon risoluere in tre triangoli, quelle di 6. *in* 4. & *quelle di* 7. *in* 5. & *cosi successiuamente delle altre, distribuendo essi triangoli secondo la commodità delli angoli, & de lati loro.*

De

De campi tondi. Cap. XXV.

QVASI *la medesima regola si tiene nel misurare un campo che sia tondo, che quella che si è tenuta nel misurare le figure di piu facce & angoli: percioche si come dalla multiplicatione della linea del piombo, che dal centro cadeua in sul mezo di tutte le base di dette figure, nella metà del loro ambito, si trouò la quantità del detto campo di piu angoli & lati, cosi ancora dalla multiplication del mezo diametro nella metà del mezo cerchio, si ritrouerrà la quantità del nostro campo tondo, o in cerchio. Percioche hauendone data una regola generale di tutte le figure di piu lati & di piu angoli, sarà ancora vera cosi nelle cose grandi, come nelle piccole. La onde seruirà ancora al cerchio, nel quale possono concorrere molti angoli & molte facce, quasi di numero infinite.*

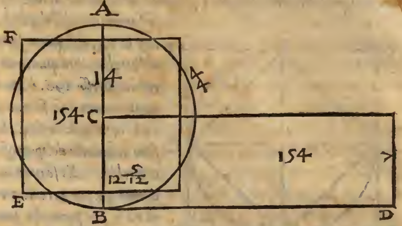
Come si truoui la quadratura del cerchio. Cap. XXVI.

ARCHIMEDE *Mathematico & Filosofo eccellentissimo, mostrò che lo spazzo del cerchio è uguale ad un triangolo che ha l'angol retto, un lato del quale di quelli che concorron a fare lo angolo retto sia uguale al mezo diametro del cerchio, & l'altro sia uguale a tutta la circunferentia, o vogliam dire circuito del cerchio. Percioche quando il mezo diametro si multiplica per tutto il circuito del cerchio, se ne fa un quadrato di angoli a squadra per il doppio del cerchio, la metà del quale quadrato ad angoli retti, viene ad essere il medesimo triãgolo, uguale alla circunferentia, o circuito del cerchio.*

Perilche

Perilche ſi vede mediante la ſottiliſſima inuentione di Archimede, che il mezo diametro multiplicato per la metà del circuito del cerchio, ouero per il contrario, genera un quadrato ad angoli retti, uguale come poco fa dicemmo al cerchio. Talche ei pare che ci reſti ſolamente vna difficultà, & queſta è il trouare vna linea retta, o diritta che dire la vogliamo, la quale ſia uguale alla circunferentia, o circuito del cerchio. La quale il medeſimo Archimede ci inſegnò con dimoſtratione piu toſto diuina che humana. Concioſia che ei trouò per via di Geometria, che la circunferentia corriſpondeua al diametro del cerchio per 3 $\frac{1}{7}$. cioè che il diametro aggirandoſi tre uolte, et un ſettimo intorno al cerchio, finiſce a punto il circuito di quello. Vero è che molti dicono che ei non è un ſettimo a punto, ma vn poco manco, & piu di uno ottauo, di maniera che la circunferentia corriſpõde al diametro come il 22. al 7. la qual regola è ſtata dalla maggior parte de gli huomini inſino a qui oſſeruatá; non ci eſſendo ſtato per ancora alcuno (ſe ben molti ſopra ciò hanno ſcritto) che ne habbi ſaputo. trouare vna migliore, come quella che a far queſto pare che baſti, non ci ſi diſcernendo differentia, o errore che ſia quaſi ſenſibile, ma vengaſi allo eſempio. Sia il noſtro cerchio A B, *il centro del quale ſia* C, *& il ſuo diametro ſia braccia* 14. *ſapremo adunque mediante la inuentione d'Archimede, che la ſua circunferentia ſarà braccia* 44. *la metà del qual* 44. *ſarà ventidua, multiplichiſi adunque il mezo diametro, che è* 7. *per* 22. *& ce ne verrà vn quadrilungo ad angoli retti che ſarà* C D, *di braccia* 154. *che è il numero delle braccia del preſuppoſtoci cerchio* A B. *Et ſe ei ſi trarra la radice quadrata del* 154. *ſarà* 12 $\frac{5}{12}$. *che tanto ſarà il lato del quadrato uguale al detto cerchio, come è lo* E F. *In quante piu parti adunque diuideremo il diametro, tanto ſarà piu fedele & certo il modo di trouare le parti, o quantità del cerchio. Concioſia che le parti*

di eſſo

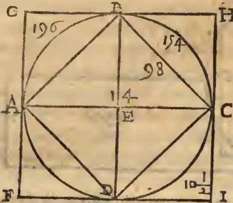


di esso cerchio sarāno piu minute & piu piccole, come quelle che dentro al cerchio haranno minore curuatura, & si distenderanno poco in lungo, per la qual cosa se ne farà uno spazzo piu vicino, & piu simile allo spazzo del cerchio scompartendolo con ottaui di braccio, piu tosto che con quarti mezi, o interi bracci, come facilmente si può giudicare.

Come si truoui in altro modo la quadratura del cerchio. Cap. XXVII.

INSEGNA ancora Archimede uno altro modo da riquadrare il cerchio, conciosia che egli dimostrò che il quadrato che si fa del diametro del cerchio, ha quella medesima proportione ad esso cerchio che ha il 14. allo 11. cioe di tre undicesimi piu. Se si misurerà adunque il diametro del cerchio, & si multiplicherà in se stesso, & da quel ne uiene, se ne cauerà tre quattordicesimi, ne resterà lo spazzo del proposto ci cerchio. Et eccone lo esempio.

Sia il cerchio A B C D, *il centro del quale sia* E, *& il diametro sia come quel dell'altro, braccia* 14. *le quali multiplicate in loro stesse fanno* 196. *cioè il quadrato* F G H I, *disegnato fuori del cerchio, i tre quattordicesimi di esso* 196. *è* 42. *il quale numero se si trae di* 196. *ce ne resterà* 154. *che sono le braccia del proposto ci cerchio. Et se noi partiremo* 42. *per* 4. *ce ne verrà* 10 $\frac{1}{2}$. *per parte che sono la quantità delle braccia di ciascuno di quei triãgoli che restano in su canti* F G H I, *fuori del cerchio.*

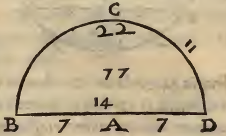


Donde si vede manifesto che il cerchio è in proportione al quadrato A B C D, *che è disegnato dẽtro al cerchio, come è lo* 11. *al* 7. *cioè di quattro settimi piu. Et perche ei nõ pare che ci bisogni dimostratione piu chiara che quella dell'occhio a voler vedere che il quadrato di fuori è per il doppio del quadrato di dentro, corrisponde adunque il quadrato maggiore al minore come il* 14. *al* 7. *cioè per il doppio, sarà adunque il quadrato di dentro braccia* 98. *& quel di fuora braccia* 196. *come nel* 2. *cap. del* 4. *della sua Arismetrica mostra Orontio stesso. Si come si truouano mediante il diametro, & la circunferentia, le braccia dello spazzo del cerchio, così ancora per il contrario, dato che sappiamo quanto sia esso spazzo, trouerremo quanto sia & il diametro & la circunferentia, percioche se noi aggiugneremo allo spazzo tre undicesimi si farà il quadrato che si genererà del diametro del cerchio, la radice quadrata del quale sarà esso lato del quadrato, et per consequenza*

ſequenza il diametro del cerchio. Percioche ſaputo che haremo la quantità del diametro, ſapremo ancora la quantità del cerchio in quello ſteſſo modo che ſi è inſegnato. Seruaci per eſempio che lo ſpazzo del di ſopra diſegnato cerchio ſia 154. braccia, le quali ſi hanno a partire per 11. & ce ne verrà 14. per parte, il qual 14. multiplicato per 3. ci darà 42. raccolgaſi dipoi inſieme il 154. & il 42. & ce ne uerrà 196. la radice quadrata del quale è 14. diceſi che tãte braccia ſarà il diametro del preſuppoſtoci cerchio. Et ſe queſto diametro 14. ſi multiplicherà per 3. & a quel che ne viene ſi arrogerà la ſettima parte che è 2. ce ne verrà 44. che ſono la quantità delle braccia della circunferentia, o del cerchio, ilche ſi puo fare di tutti gli altri ſimili.

Come ſi miſurno i campi che ſono mezi tondi. Cap. XXVIII.

DALLE coſe paſſate ſi diſcerne facilmente il modo da miſurare le portioni del cerchio & il diametro: pcioche ſi come dal multiplicare del mezo diametro nella metà del cerchio ſi caua la quantità delle braccia dello ſpzzo del cerchio, coſi ancora della multiplication di eſſo mezo diametro nella quarta parte d'un cerchio ſi caua la quantità delle braccia d'un ſpazzo d'un mezo cerchio.

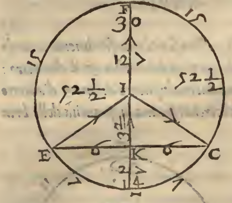


Seruaci per eſempio che ci ſia propoſto un mezo cerchio che ſia B C D, *il diametro del quale*

sia B A D *che passi per il centro* A *& sia braccia* 14. *& lo arco* C B D *braccia* 22. *multiplichisi adunque il mezo diametro* A B *nell'arco* B C, *che è la metà di esso* B C D, *cioè* 7. *per* 11. *& ce ne verrà* 77. *dicesi che tante braccia sarà lo spazzo del propostoci mezo cerchio.*

Come si misurino i campi che sono piu, o meno che mezi tondi. Cap. XXIX.

IL MEDESIMO *vorrei si giudicasse di qualunche partitore del cerchio, percioche se si multiplicherà la metà del diametro per la metà dello arco, che è intrapreso dal partitore, si harà la quantità delle braccia del campo intrapreso dal partitore, & dalla portione che li tocca del cerchio. Partitore si debbe intendere per quei* 2. *mezi diametri che non andando ad un filo, intraprendono quella portiotione di cerchio che tocca loro, si come mostra la figura* E F I, *ouero* F I G, *ouero la* G I E *in disegno. Della quale sia per nostro esempio tutto il cerchio intero*



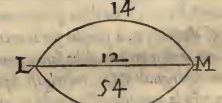
braccia 44. *& l'arco* E F G *braccia* 30. *& ciascuno dello* E F, *&* F G *braccia* 15. *& il mezo diametro di esso cerchio braccia* 7. *Se noi vorremo adunque misurare lo spazzo dello interscecatore, ouero partitore* E I F, *o dell'altro* F I G, *multiplichisi il* 7. *del mezo diametro per la metà di uno di quei duoi* 15. *cioè in* 7 1/2. *& ce ne verrà* 52 1/2.

& tante

& tante braccia diremo che ſia lo ſpazzo di E I F, *diſperse, & il ſimile quello del* F I G. *Et ſe noi multiplicheremo il medeſimo* 7. *del mezo diametro nel* 15. *cioè nella metà dell'arco* E F G, *ce ne verrà* 105. *che ſaranno le braccia della figura* E F G, *come ne dimoſtra il* $52\frac{1}{2}$. *addoppiato inſieme. Talche per la medeſima ragione la figura* E I G, *ſara braccia* 49. *Miſuriſi ancora la portion maggiore & la minore di queſto cerchio in queſto modo. Sia per modo di dire nel noſtro cerchio* E F G H *la corda* E G *braccia* 12. *che diuida la portione del cerchio maggiore* E F G, *dalla minore* E H G, *et ſia la parte del diametro* F H, *che viene intrapreſa fra il centro* I, *et la corda* E G, *cioè* I K *braccia* $3\frac{2}{3}$. *& tutte le altre coſe ſiano come le ponemmo di ſopra, et come le dimoſtra la figura. Miſuriſi adunque la prima coſa il partitore* E F G I, *& ſia il ſuo ſpazzo come prima braccia* 105. *multiplichiſi dipoi lo* I K, *a piombo per la metà della corda* E G, *cioè* $3\frac{2}{3}$. *in* 6. *& ce ne verra* 22. *ilche ſara a punto lo ſpazzo del triangolo di duoi lati uguali* E I G, *raccolgaſi dipoi inſieme* 105. *&* 22. *et ce ne verra la quantità della propoſt aci portione maggiore del cerchio che ſara* 127. *Et ſe noi trarremo lo ſpazzo del detto triangolo di duoi lati uguali* E I G, *da tutto il partitore* E I G H, *lo ſpazzo ouero campo del quale trouammo poco fa che era a punto braccia* 49. *vedremo chiaramente che ce ne reſterà lo ſpazzo della portione minore* F H G, *che ſara braccia* 27. *et è queſto modo che al preſente ſi è moſtro molto eſatto et piu preciſo, come ſi vede, che gli altri modi che vſa il vulgo.*

Come si misurino i campi che hanno dello ouato. Cap. XXX.

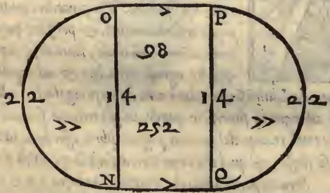
DA QVEL che si è detto si vede manifesto, come si poßino misurare i campi, o le figure che habbino dello ouato, come è la figura che qui di sotto si vede segnata L M, percioche tirata la corda L M, se ne fara due portioni di cerchio uguale l'una all'altra, gli spazij delle quali portioni, ritrouati per quella via che si è detta di sopra, se si raccorranno insieme ci daranno il tutto di esso campo, ouero figura ouata L M. Seruaci per esempio che la corda L M, sia braccia 12. & l'uno & l'altro de gli altri archi braccia 14. sarà lo spazzo di qual si voglia portione braccia 27. le quali raccolte insieme faranno braccia 54. che tanto è il tutto della figura ouale, che qui è disegnata.



Come si misurino i campi che hanno del quadrilungo, & dello ouato. Cap. XXXI.

NE MANCO facilmente si puo misurare un campo che sia di figura ouale & quadrilunga, come è lo N O P Q percioche misurati amēduoi gli spazzi de mezi cerchi, & il quadrilungo ad angoli a squadra, mediante quelle regole che habbiam dette di sopra, i quali spazzi raccolti

colti insieme, ci daranno la quantità delle braccia dello intero spazzo di questa cosi fatta figura, come per esempio se l'arco di qual si uoglia mezo cerchio fusse braccia 22. & la linea che li diuide N O, *ouero* N Q *fusse braccia 14. et ciascun de lati* O P & N Q *braccia 7. sara lo spazzo di qual si voglia di questi mezi cerchi braccia 77. & lo spazzo del quadrilungo ad angoli retti, sara braccia 98. i quali numeri raccolti insieme saranno 252. che saranno la quãtità delle braccia di tutto il nostro presuppostoci campo* N O P Q & *il medesimo si puo fare similmente di tutte quelle figure che saranno composte di qual si voglia portion di cerchio, & di linee rette, & non ci potra scadere forma, o figura alcuna piana di qual si voglia sorte che con le sopradette regole non si possa misurare.*



DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

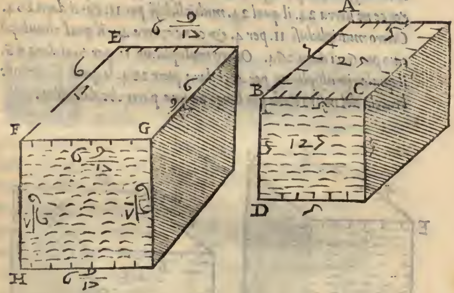
LIBRO TERZO.

Come ſi miſuri un corpo quadro come un dado. Cap. I.

A *VOLERE miſurare i corpi, è ragioneuole cominciar prima da quelli che ſono di angoli retti, o a ſquadra. Per procedere quanto piu ſi puo ordinatamente, & per fare queſto co= minceremoci dal dado, fatto di ſei ſuperficie quadre uguali infra loro & ad angoli retti, chiamato da Latini Cubo; che è vno de corpi regolari. Multi= plichiſi adunque la ſuperficie quadrata già trouata ſecondo la re= gola data nel* II. *cap. del ſecondo paſſato libro, eſſer braccia* 25. *nel lato di ſe ſteſſo, & quel che ce ne verra ſarà la quantità del detto Dado. Seruaci per eſempio che il noſtro Dado ſia* A B C D, *cia= ſcun lato del quale ſia braccia* 5. *ſe ſi multiplichera il* 5. *per ſe ſteſſo ci dara* 25. *che ſaranno le braccia di vna ſuperficie di eſſo. Mul tiplichiſi dipoi vna di eſſe ſuperficie per un lato, cioè per* 5. *& hare= mo* 125. *che ſarà a punto il numero delle braccia di tutto il Dado le quali braccia ſi debbono intendere quadre per ogni uerſo, cioè il ſodo ouero la groſſezza. Et ſe ſi raddoppiera il numero* 125. *ce ne verra*

250.

250. la radice cubica del quale sara 6 $\frac{?}{12}$. che sarebbono la quantità delle braccia di un lato di un Dado, maggiore per il doppio che il detto A B C D, *& il simile si potria giudicare se si rinterzassi, o rinquartassi a proportione. Ma per esempio, ponghinsi soli duoi disegni in questo modo, cioè lo* A B C D, *per il primo Dado, &* E F G H, *per lo addoppiato, ben prego che chi legge, habbia auuertëza che per tali demostrationi è forza mostrare detti dadi in prospettiua.*

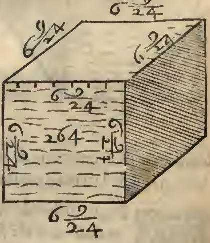


Come si misuri un corpo di angoli retti, ma che habbi la metà de lati maggiori che li altri. Cap. II.

QVASI *nel medesimo modo si misurera un corpo, ouero dado ancor che sia da vna parte piu lungo, che hara gli angoli retti, o vogliam dire a squadra. Percioche se noi multiplicheremo una qual si voglia superficie*

perficie quadrata, ad angol retto di quelle che terminano detto corpo o dado, in un lato di quelli che con essa si riscontrano ad angol retto, ce ne verra la grossezza di questo dado lungo. Misurisi adunque lo spazzo di qual si voglia superficie secondo la regola dello II. cap. del passato libro, & quel che ce ne verrà, multiplichisi come quì di sotto si dirà. Sia il dado lungo E F G H, il lato E F, del quale sia braccia 6. & il lato F G braccia 4. & lo F H braccia II, & i lati di contro li sieno sempre uguali. Multiplichisi adunque il 6. per 4. & ce ne uerra 24. il qual 24. multiplichisi per II. & ci dara 264. Ouero multiplichisi II. per 4. & ce ne verra 44. il qual rimultipli cato per 6. ci dara 264. Ouero multiplicato II. per 6. ci dara 66. il quale rimultiplicato per 4. ci dara pure 264. le quali saranno le braccia del nostro dado piu lungo da una parte che dall'altra.



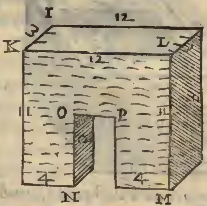


Et se

Et se ei si trouerrà la radice cubica di esso 264. come è 6 $\frac{2}{14}$. se ne fara vn dado di tante braccia per ciascũ lato, che sarà a punto ugua le al primo popostoci dado da vna parte piu lungo: come nelle figu= re disegnate si uede. Et il detto dado lungo si potra mediante la passata regola addoppiare, rinterzare, o rinquartare a piacimẽto.

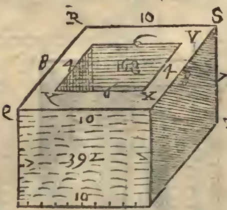
Come si misuri un corpo di muraglia, o d'altro, che sia a squadra ancor che in esso siano alcuni uani, o finestre. Cap. III.

M*EDIANTE le cose dette si vede quanto sia faci le misurare un corpo di una muraglia, o d'altro fat= to a squadra, ancor che in esso siano alcuni vani, o finestre. Seruaci per esempio che il muro, o corpo di muraglia sia* I K L M, *la grossezza* I K, *del quale sia braccia 3. & la larghezza* K L *braccia 12. et la altezza* L M, *braccia 11. nella qual muraglia sia un uano, o por ta che sia* N O P, *alta brac= cia 6. & larga 4. multipli= chisi 12. per 3. & ce ne ver rà 36. il quale multiplicato per 11. ci dara 369. Mul= tiplichisi dipoi 4. per 3. che ci dara 12. il qual multipli= cato per 6. ci dara 72. trag= gasi dipoi 72. dal 396. et ce ne restera 324. Dicesi che 324. braccia quadre è il pro postoci muro, o corpo di muraglia, o d'altro* I K L M.



Come si misuri un corpo ad angoli retti, che sia uoto dentro. Cap. IIII.

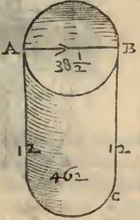
IL MODO passato dichiara come si possa misurare un corpo di muraglia, o di pietra, o di marmo che fusse uoto dentro. Percioche presupostoci che il nostro corpo simile sia QRST, *la larghezza di fuori del quale* QR, *sia braccia* 8. *& la lunghezza* RS, *braccia* 10. *& la altezza* ST, *braccia* 7. *& il vano del uoto di dentro* VX, *sia per larghezza braccia* 4. *& per la lunghezza* XY, *braccia* 6. *& la altezza quella stessa di prima. Multiplichisi primieramente* 10. *per* 8. *& ce ne verrà* 80. *il qual si multiplichi per* 7. *& ce ne uerra* 560. *Multiplichisi dipoi* 6. *per* 4. *& ne verra* 24. *il quale rimultiplicato per* 7. *ci dara* 168. *Traggasi adunque* 168. *di* 560. *& ci restera* 392. *dicesi che tăte braccia sara il corpo della muraglia propostoci* QRST. *Il medesimo si potra fare corrispondentemente de gli altri. Di maniera che se si esaminera vna uolta diligentemente quăti barili di acqua, o di vino, vadino per braccio quadro, potremo facilmente sapere quanto tenga questo, o altro vaso quadro fatto di linee diritte ad angoli retti: che ne va cinque per braccio quadro.*



Come

Come si misurino le colonne generalmente. Cap. V.

LE COLONNE *sono corpi lunghi che da piede, & da capo hanno base uguali, & da per tutto sono di una medesima grossezza. Ne mi è però nasco= so per questo che secondo le regole della architettu= ra, elle si uariano in diuersi modi, faccendole nel mezo piu grosse, & ristrignendole a collarini secondo i generi, & le opportunità, o uoglie delli Architettori, ma in questo luogo io intẽdo di parlare di un cor po fatto a guisa di colonna: ma di uguale grossezza per tutto & ter= minato da base uguali. Quando adunque la uorremo misurare, multiplichisi la prima cosa la circunferentia della basa nella altez= za, o uogliam dire lunghezza della colonna, & tal multiplicato sa ra lo spazzo, o uogliam dire la superficie di detta colonna per la lun= ghezza, alla quale aggiugnendo amenduoi gli spazzi dell'una & l'al tra basa, haremo la intera superficie di tutta la colonna. Mul= tiplichisi dipoi questa superficie per la lunghezza della colonna, & haremo le braccia quadre della grossezza di detta colonna.*

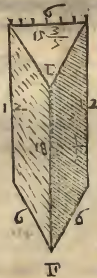


Sia la detta colonna uguale per tut to A B C, *la quale i Latini & i Greci chiamarono Cylindro, & il suo diame tro* A B, *cosi da pie come da capo sia braccia 7. & la altezza* B C, *sia brac= cia 12. secondo la regola del cap. 26. del passato libro trouerremo la circunferen tia, di qual si è l'una di dette base esse= re braccia 22. et lo spazzo della basa 38½. multiplichisi adunque 22.*

per 12. & ne verra 164. a quali aggiungasi due volte 38$\frac{1}{2}$. cioè 77. & ce ne uerra 241. dicesi che tante braccia quadre è tutta la superficie di detta colonna, & se ei si multiplichera 38$\frac{1}{2}$. per 12. ce ne verra la intera grossezza della colonna, che saranno braccia 462. di sodo.

Come si misuri una colonna che sia in triangolo di lati uguali. Cap. VI.

SIA la colonna in triangolo D E F, *et i triangoli siano uguali, & di lati uguali da capo & da piede, et ciascun lato del triangolo sia braccia 6. & la altezza braccia 12. p quella regola che si dette nel cap. 5. del passato libro trouerremo lo spazzo di esso triangolo essere braccia 15$\frac{1}{2}$. & il suo ambito 18. Multiplichisi adunque primieramente 18. per 12. & ce ne verra 216. al qual numero aggiunghisi due volte il 15$\frac{1}{2}$. cioè 31$\frac{1}{2}$. & ce verra 247$\frac{1}{2}$. dicesi tante braccia quadre essere la superficie di detta colonna. Multiplichisi dipoi esso 15$\frac{1}{2}$. per il 12. & ce ne uerra 187$\frac{1}{2}$. che saranno le braccia della grossezza di detta propostaci colonna in triangolo* D E F.



Come si misurino le colonne di forme quadrate, Cap. VII.

SE LA colonna sarà quadra ad angoli retti, si misura in quel medesimo modo che dicemmo nel cap. 2. di questo libro, che si misurauano i corpi ad angoli retti che haueuano vna parte de lati, piu lunga che l'altra. Ma se le sue base saranno inregolari, cioè di lati & di angoli disuguals, trouato lo spazzo della basa, come si insegnò nel ca. 15. del passato libro, si ha nel resto a operare, in quel modo che poco fa si è detto nel capitolo inanzi a questo.

Siaci proposta la disegnata colonna GHI, *di forma quadrangolare, & quanto alla basa di lati & di angoli disuguali, se ben le base respettiuamente sono fra loro uguali. I lati maggiori delle quali base siano braccia 7. l'uno, et quei de fianchi braccia 4. l'uno, & quei dinanzi braccia 3. l'una, & la altezza di detta colōna sia braccia 11.*



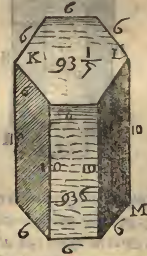
Sarà dunque lo spazzo di questa basa, secondo la regola del 15. cap. del passato libro braccia $17\frac{1}{2}$*. & il suo ambito braccia 18. Multiplichisi adunque 18. per 11. & ce ne verra 198. al quale aggiungasi due volte* $17\frac{1}{2}$*. cioè 35. & ce ne verra 233. che saranno le braccia di tutta la superficie di questa colonna quadrangolare. Multiplichisi dipoi* $17\frac{1}{2}$*. nel medesimo 11. & ce ne verra* $192\frac{1}{2}$*. il*

qual

qual numero sarà a punto la quantità delle braccia della grossezza di detta colonna GHI.

Come si misuri una colonna di sei facce. Cap. VIII.

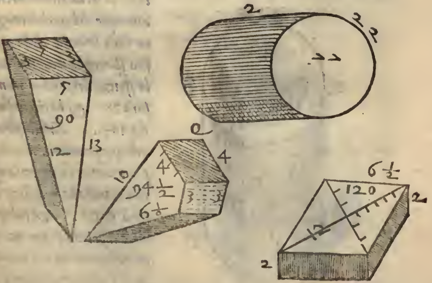
IL MODO *di misurare la colonna di sei facce potra suegliare gli ingegni di coloro che leggono, a potere trouare il modo di misurare le altre colonne, che hauessino diuersi & varij angoli. Sia la colonna di sei facce* KLM, *la altezza della quale sia braccia* 16. *& qualunche lato delle sei facce, sia braccia* 6. *sarà adunque la sua circunferentia braccia* 36. *& lo spazzo braccia* $93\frac{1}{7}$. *secondo la regola data nel* 23. *cap. del passato libro. Multiplichisi adunque* 36. *per* 16. *& ce ne uerra* 576. *al quale aggiungasi due uolte* $93\frac{1}{7}$. *cioè* $187\frac{1}{7}$. *et ne verra* $763\frac{1}{7}$. *che sono il numero delle braccia di tutta la superficie, multiplichisi adunque dipoi* $93\frac{1}{7}$. *per la altezza, cioè per* 16. *& ne uiene* $1497\frac{1}{7}$. *& tante saranno le braccia della grossezza di tutta questa colonna. Il simile si potra fare di tutte le altre colonne simili, ne douiamo marauigliarci se il piu delle volte il numero delle braccia superficiali auanza il numero delle braccia della grossezza, imperoche in qualunque braccio di sodo, o di grossezza sono braccia sei quadre.*



Come

Come si misurino i rocchi, o pezzi di qual si uoglia colonna. Cap. IX.

D*ALLE regole passate si uede manifesto, come si possa misurare qual si uoglia pezo, o rocchio di colonna tonda, o triangolare, o quadrangolare, come è il disegno* N, *che pare una macine, o il disegno* O, *che è come un conio, o il* P, *simile ad una mandorla, o il* Q *forma quadrangolare di diuersi lati & angoli, & simili altri corpi che da per tutto siano di una medesima altezza. Percioche trouati gli spazi delle base come si è detto ne passati capitoli. Se le si multiplicheranno per la altezza ne nascera la quãtità delle braccia di essi corpi, cioè le braccia della grossezza. Ne fa di mestiero di mostrare par*

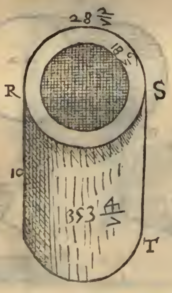


ticular=

ticularmente con gli esempi il modo del misurare qual voglia di questi corpi, potendo occorrerci una moltitudine di essi infinita, & essendo la regola data generale per tutti, basti solo porne 4. in disegno con i lor nomi & numeri per dimostratione.

Come si misurino le colonne uote. Cap. X.

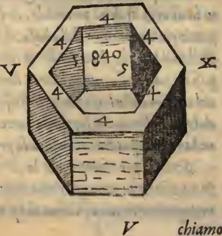
BISOGNA *per misurare le colonne uote trouare la grossezza del tutto, non altrimenti che se ella non fussi uota, ma massiccia: Et dipoi trouare ancora la quantità del suo uoto; & trarlo della grossezza del tutto. Seruaci per esempio una colonna di lati uguali & base ancora uguali, che sia* R S T, *la altezza della quale sia braccia* 10. *il diametro del cerchio di fuori, braccia* 9. *& quel del cerchio di dentro, braccia* 6. *la circunferentia adunque del cerchio maggiore sarà braccia* $28\frac{2}{7}$. *& il suo spazzo braccia* $63\frac{9}{14}$. *& lo spazzo del cerchio minore sarà* $28\frac{2}{7}$. *& la circunferentia* $18\frac{6}{7}$. *Multiplichisi adunque primieramente* $63\frac{9}{14}$. *per* 10. *et ce ne uerrà la quantità di tutta la grossezza che sarà* $636\frac{3}{7}$. *Multiplichisi dipoi* $28\frac{2}{7}$. *per* 10. *& ce ne uerrà* $282\frac{6}{7}$. *traggasi questo numero da* $636\frac{3}{7}$. *et ce ne resterà* $353\frac{4}{7}$. *& tante braccia viene ad essere la grossezza di essa colon=*



essa colonna uota, puossi ancora trarre 28 $\frac{4}{7}$. da 63 $\frac{5}{14}$. & multiplicare quel ci resta per 10. et ci accorgeremo di hauere il medesimo numero delle braccia 353 $\frac{4}{7}$.

Come si misurino le capacità di qual si uoglia corpo, o uaso uoto, che sia regolare. Cap. XI.

NEL *misurare si fatti uasi piglisi la pianta, o spazzo del fondo di dentro & multiplichisi per la sua altezza, ouero profondità, & ci dara la misura di quanti barili sia capace detto uaso, posto però che noi sappiamo prima quanti barili entrino per braccio quadro. Seruaci per esempio che un braccio quadro tenga barili 4. de nostri da uino; & sia il uaso di sei facce* V X. *i lati del quale & nel fondo, & in bocca ancora siano ugualmente braccia 4. & la sua altezza, o profondità sia braccia 5. per tutto, sarà adunque lo spazzo del fondo braccia 42 per quel che si mostrò nel 23. cap. del passato libro, multiplichisi adunque 42. per 5. & ce ne uerrà 210. Dicesi che tante braccia quadre è la capacità del uaso. Et perche si è detto che qual si uoglia braccio quadro tiene 4. barili de nostri da uino, multiplichisi di nuouo 210. per 4. & ce ne uerra 840. Debbesi adunque conchiudere che il detto uaso tiene barili 840. da uino, & gli*



chiamo

chiamo da vino a differentia del barile da olio che si fa che è minore. Et però auuertiscasi bene che qualità di liquore, habbi a tenere il vaso, & che quantità sia quella del barile con che si misura detto liquore.

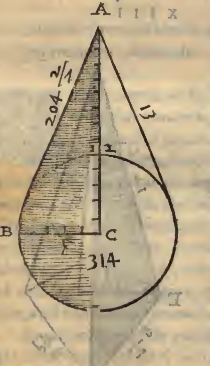
Come si misurino le piramide. Cap. XII.

TVTTE le Piramidi, o Aguglie che sono di base, o lati regolari si misurano in un medesimo modo. Percioche se si multiplicherà la basa di qual si uoglia piramide regolare per la terza parte della sua altezza, ce ne verrà la sua grossezza; oueramente se si multiplichera lo spazzo di essa basa per tutta la altezza della piramide, & piglisi il terzo di quel che ce ne verrà sarà il medesimo. Conciosia che qual si voglia piramide a facce è la terza parte di una colonna che fusse della medesima altezza, & hauessi la medesima basa. Ilche interuiene ancora delle tonde pur che l'una, & l'altra habbino una medesima altezza, & una medesima basa, come pruoua Euclide al nono cap. del 12. libro. Restaci a mostrare in che modo si truoui la altezza di detta piramide, cioè la linea del piobo, che dalla sua punta cade nel centro della basa; ilche faccisi in questo modo, multiplichisi il lato che sta a pendio di detta piramide per se stesso, & pongasi da parte tale multiplicato: dipoi multiplichisi il mezo diametro del cerchio, della basa pur in se stesso, et traggasi quel che ce ne viene dal multiplicato che si pose da parte, & di quel che ci resta cauisene la radice quadrata che sarà la propostaci altezza della piramide.

Seruaci per esempio che la piramide sia A B C, *& dalla cima sua* A, *sino alla circunferentia della basa sia braccia 13. bisogna primicramente trouare la linea del piombo* A C, *però multiplichisi il 13*

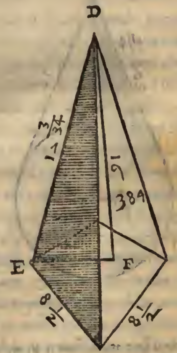
in se

in se stesso ci darà 169. posto che tutto il diametro sia 10. torrenne la metà, cioè 5. & multiplicato in se stesso ci darà 25. il che traggasi del 169. & ci resterà 144. la radice quadrata del quale è 12. dunque 12. braccia sarà la linea del piombo A C, *percioche secondo la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato che si facesse della linea* A B, *sarebbe uguale à duoi quadrati che si facessino della linea* A C, *& della* C B. *Lo spazzo finalmente del cerchio* B C, *cioè la basa è braccia 78 $\frac{4}{7}$. & la sua circunferentia 31 $\frac{3}{7}$. secondo quel che si disse nel cap. 25. del passato libro. Multiplichisi adunque 78 $\frac{4}{7}$. per 12. & ce ne verrà 942 $\frac{6}{7}$. il terzo del qual numero è 314 $\frac{2}{7}$. che è la quantità delle braccia quadre della grossezza della detta piramide* A B C. *Oueramente multiplichisi il detto 78 $\frac{4}{7}$. per 4. cioè per la terza parte di esso 12. & ce ne uerrà di nuouo 314 $\frac{2}{7}$. come prima. Ma se uolessimo sapere le braccia quadre superficiali, multiplichisi il lato* A B, *per la metà della circunferentia della basa, et quel che ce ne uerrà saranno le braccia quadre superficiali della detta tonda piramide. Ouero multiplichisi la basa per il lato medesimo* A B, *& diuidasi quel ce ne viene per il mezo diametro* B C, *percioche ce ne verrà la superficie della piramide,*



mide, alla quale se si aggiugnerà la superficie della basa, haremo la intera superficie di tutta la piramide. Multiplichisi adunque la prima cosa la metà di essi 31 $\frac{3}{7}$. cioè 15 $\frac{5}{7}$. p 13. et ce ne verrà 240 $\frac{2}{7}$. Ouero multiplichisi 78 $\frac{4}{7}$. per 13. & ce ne verrà 1021 $\frac{3}{7}$. ilche partito per 15. ci darà di nuouo 204 $\frac{2}{7}$. Dicesi che tante sono le braccia superficiali di detta piramide senza la basa, alle quali se si aggiugneranno le 78 $\frac{4}{7}$. della basa haremo il tutto delle braccia superficiali che saranno 282 $\frac{6}{7}$. a punto.

Come si misuri una piramide di quattro facce. Cap. XIII.



SIA la piramide di quattro facce da misurarsi D E F ciascun lato della basa della quale sia braccia 8 $\frac{1}{2}$. & la linea che dalla cima D, cade in su gli angoli della basa sia braccia 17 $\frac{3}{14}$. et la meza schiaciana della basa che va da angolo ad angolo sia braccia 6. lo spazzo della basa adunque secondo il cap. 11. del passato libro, sarà braccia 72 & la linea del piombo D E, cioè la altezza della piramide, sarà braccia 16. Se si multiplichera 6. per se stesso haremo

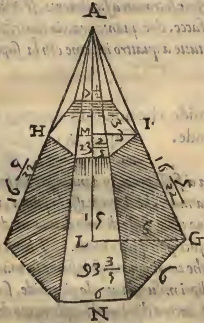
remo 36. & $17\frac{3}{34}$. ancora multiplicato per se stesso ci darà 292. dal quale se ne trarremo 36. ci restera 256. la radice quadrata del qual numero è 16. multiplichisi adunque 72. per il terzo di detto 16. che $5\frac{1}{3}$. & ce ne verrà 384. Ouero multiplichisi il medesimo 72. per 16. & ce ne verrà 1152. il terzo del quale multiplicato è pure 384. Conchiudesi adunque che la grossezza di questa piramide è braccia 384 quadre. Et la sua superficie si trouerrà facilmente, se trouata la quantità di una delle sue facce, cioè quante braccia superficiali ella è dispersè; le accozzeremo tutte a quattro insieme con la superficie ancora della loro basa.

Come si misuri una piramide che non fusse intera, cioè un tronco di piramide. Cap. XIIII.

SE peraventura ci fusse proposto a misurare un troncone di una piramide, che li mancasse la punta, ma dalla basa al suo tutto fusse di linee di una medesima lunghezza, faccisi in questo modo. Tirinsi le linee de suoi lati insino a tanto che congiugnendosi insieme terminino il tutto della parte che māca, dipoi misurisi tutta la piramide, secondo la passata regola. Misurisi ancora dipoi quel supplemento della piramide che si è fatto di linee, non altrimenti che se fusse una piramide dispersè; Et quel che di questa ci verrà, si tragga della misura di tutta la piramide maggiore; & quel che ci rimarrà sarà la grossezza del troncone della piramide, ouero della piramide spezzata. Seruaci per esempio che questa piramide rotta sia di 6. facce GHI, *terminata dalla basa di sotto, & dalla rottura di sopra che sieno facce piane di sei lati l'una con angoli fra loro uguali; & le sei facce de lati sieno ancora fra loro uguali, ciascuna delle quali sia*

braccia

braccia 6. & i lati della rottura, o piano di sopra siano braccia 3. l'uno, Ponghinsi duoi regoli a diritto per lo lungo de duoi lati oppositi l'uno all'altro talmente lunghi che andando ad unirsi insieme, terminino la lunghezza della piramide come se non fusse rotta: & doue detti regoli concorrono ad congiungnersi insieme sia il K; *& il lato* G K, *braccia* $16\frac{5}{12}$: *et* H K, *braccia* $8\frac{5}{16}$. *sarà adunque la linea del piombo* K L, *braccia* 15. *et* K M, *braccia* $7\frac{1}{2}$. *& la pianta della basa, ouero spazzo di tutta la piramide sarà braccia* $93\frac{3}{5}$. *et lo spazzo della rottura o piano di sopra* H I, *braccia* $23\frac{2}{5}$. *talche per le sopradette cose la grossezza di tutta la piramide, sarà braccia* 468. *quadre. Et la grossezza della piramide minore* H K I *sarà braccia* $58\frac{1}{2}$. *se si trarrà adunque* $58\frac{1}{2}$. *del* 468. *ce ne resterà* $409\frac{1}{2}$. *Dicesi la piramide rotta, o moza essere braccia* $409\frac{1}{2}$. *cioè la sua grossezza.*

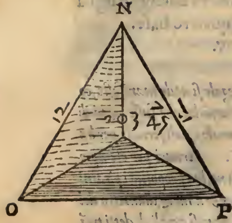


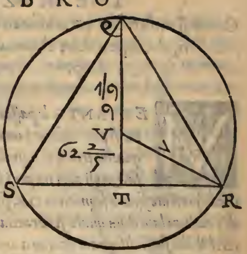
Come

Come si misuri una piramide di quattro triangoli ugua li, che si potrebbe chiamare quattro base.

Cap. XV.

MEDIANTE *le passate regole si uede manifesto, come si puo misurare una piramide, che fusse fatta di quattro triangoli uguali, uno de quali seruisse per basa, & gli altri tre per i lati. Seruaci per esempio che la presente figura segnata* N O P, *sia la nostra propostaci piramide, ciascun lato della quale sia braccia* 12. *& il mezo diametro del cerchio che fusse disegnato intorno a qualunque si vogli di detti triãgoli, sarebbe braccia* 7. *& la linea del piombo che da qual si voglia angolo cadessi, sul mezo del lato a detto angolo opposito, ò contrario sarebbe braccia* $9\frac{7}{9}$, *& lo spazzo di qual si uoglia triangolo di lati uguali saria braccia* $62\frac{2}{5}$. *come si vede nel disegno segnato* Q R S, *che il mezo diametro del cerchio tirato intorno allo spazzo del triango lo* R V, *è braccia* 7. *di quelle medesime che il lato del triangolo è* 12. *& la linea del punto* Q T, *è braccia* $9\frac{7}{9}$. *talche da queste cose si puo vedere che lo spazzo di qual si voglia triangolo è braccia* $62\frac{2}{5}$. *peril che la grossezza tutta della piramide di quattro triangoli* N O P, *è tutta braccia* $203\frac{7}{45}$. *sode, cioè braccia* 203. *& quasi un sesto di braccio. Delche eccone le figure.*





Come ſi miſuri una piramide tonda, per uolerne ſegan- dola cauarne uno ouato. Cap. X V I.

MOLTE *uolte puo occorrere alli artefici che di una piramide tonda, o di porfido, o di diaſpro, o d altra pietra fine, o forſe gioia, gli biſogni ſegandola cauarne uno ouato, non perdendo punto di detta pietra, o gioia, ſe non quanto porta uia nel paſſare la ſega; & che ſegata la piramide ci ſcuopra quella forma dello ouato, che ci ſaremo preſuppoſta, & che cauare ſe ne poſſa ſecondo che comporta la groſſezza, & la altezza di detta piramide, Per la qual coſa ci biſogna conſiderare prima in quanti modi ſi puo ſegare la piramide, i quali modi ſono quattro, o a trauerſo, o a ſchiancio ſenza arriuare alla baſa, o a ſchiãcio, & tagliare anco parte della baſa, ouero per lo lungo ſecundo il piombo di detta piramide.*

Quanto a trattare del primo modo, cioè del ſegarla per trauerſo non mi diſtenderò nel parlarne, perche dandoci tali ſegature ſempre forme

forme tonde, si puo con un paio di seste con le punte torte all'indietro, pigliare sempre la grossezza in ogni luogo della piramide, & secondo che vorremo maggiore, o minore diametro quiui dirizare il filo per la sega. Ma quando ne vorremo segandola a schiancio cauare vna forma ouata, faccisi in questo modo. Dicasi che la piramide sia A B C D E, *& che la sua linea del piombo sia* A E, *di braccia* 2. *& il suo diametro* B D, *braccia* I. *& che se ne vogli cauare vno ouato alto braccia* I. *& largo* $\frac{2}{3}$. *di braccio, rizzisi per formare lo ouato vna linea di un braccio che sia* F G, *& diuidasi in* 12. *parti vguali, & da ciascuna diuisione tirinsi linee fra loro paralelle che faccino angoli a squadra cō la* F G, *nelle loro interfecationi, alle qua li cominciando da* F, *applichinsi i numeri* I. 2. 3. 4. *&c. fino a che il* 12. *uenga al* G. *Diuidasi dipoi il lato della piramide* A D, *in due parti uguali: & detta diuisione si chiami* F, *& presa poi la altezza* F G, *che si ordinò per formare lo ouato, con le seste, trasportisi nella piramide; talche il piè delle seste che nella linea per lo ouato si pose alla* F, *torni alla* F, *della piramide, & con l'altro guardisi doue si interseghi il lato* A B, *di essa piramide, & quiui fatto un punto, si chiami* G, *talche haremo di già trasportata la altezza dell'ouato, nel la piramide, ma a schiancio, alla quale applichinsi le diuisioni & i numeri che ha l'altra, & da ciascuna diuisione tirinsi linee trauerse dal piombo* A E, *della piramide fino al lato* A D, *che serbino sempre la uguale altezza che tocca loro, infra esse & la basa; & ciò si faccia insino a tanto che le diuisioni non passano la linea del piombo* A E, *percioche quando le diuisioni passano la linea del piombo verso il lato* A B, *bisogna anco tirare dette trauerse dal piombo, al lato* A B. *Fatto questo disegnisi un cerchio sotto la piramide, che habbi tanto diametro quanto ha la piramide, & il suo centro venga a diritto del piombo* A E. *Questo cerchio rappresentando la pianta della*

piramide segnisi ancor esso A B C D E. *Tirinsi dipoi da ciascuna delle diuisioni della* F G, *della piramide linee diritte paralelle infra loro, & fra il piombo* A E, *che vadino a diuidere cosi la piramide come la pianta, nella parte della quale* B E D, *che vien diuisa dalle dette, notinsi i numeri per quello ordine che si notarono di sopra. Aprinsi dipoi le seste per la larghezza che è fra la linea del piombo* A E, *& la* F, *principio della* F G, *in essa piramide, et trasportando questa distantia nella piãta, tenendo fermo vn piè delle seste nel centro* A, *tirisi una portione di cerchio, qual ci daranno le seste dalla linea del numero* I. *nella pianta fino a tanto che passando per il diametro* A D, *termini nella altra parte di detta linea* I. *talche ella diuenti corda di questo arco. Tornisi dipoi nella piramide a pigliare l'altra distantia fra la linea del piombo* A E, *& il lato* A D, *del numero, o diuisione* 2. *et trasportisi nella pianta, et con un piè delle seste fermo pur nel centro* A, *tirisi quella portion di cerchio che tocca alla linea* 2. *della pianta, come si fece della linea* I. *talche una parte di detta linea* 2. *diuenti corda di detto arco che le tocca. Et cosi successiuamente si facci di tutte le altre, fino a tale che i numeri non passano la linea del piombo, come si vede il* 4. *nel disegno, che è fra il piombo & il lato* A D. *Ma quando i numeri sono fra il piombo, et il lato* A B, *bisogna pigliare queste distantie fra il piombo, & il lato* A B, *come interuiene della diuisione segnata* 5. *& trasportarla nella pianta, et far come delle altre, quella portione di cerchio che tocca a detta linea* 5. *della pianta, talche parte di essa ne diuenti corda. Et cosi seguire di fare di tutte. Trasportate che haremo tutte le distantie nella pianta, et tirati i loro archi piglisi la corda intrapresa del primo arco segnato* I. *& trasportisi nella linea* I. *dello ouato* F G, *& cosi tutte l'altre, ma ciascuna però respettiuamente a numeri corrispondentisi, & vedremo che come il diametro* B D,

della

della pianta diuide le corde di detti archi, cosi la F G, *dell'ouato diuide a corrispondentia le paralelle, o corde dello ouato. Vedremo oltra questo che la corda dello arco 6. sarà a punto la larghezza del nostro ouato, cioè* $\frac{2}{3}$. *conciosia che ella è la linea della diuisione della schianciana* F G, *che la diuide a punto nel mezo. Adunque la pianta ci mostra che quando la sega sara passata per la linea* F G, *della piramide, & la bara diuisa, haremo uno ouato simile a quello ci eramo proposto alto* I. *braccio & largo* $\frac{2}{3}$. *Et ricordiamoci che a uolere mantenere la lunghezza & la larghezza di tale ouato, non si puo porre in cosi fatta piramide il filo per la sega in altro luogo che nel detto, perche si varierà sempre la forma dello ouato, ogni uolta che trasporteremo, o piu su, o piu giu nella piramide, detta* F G, *conciosia che traspontandola in su la larghezza diuenta sempre minore, & traspontandola in giu maggiore; manterrebbesi adunque la altezza & non la larghezza, come ancora se volessimo trasportare, o piu su, o piu giu la stessa larghezza si uarierebbe la lunghezza, & questo basti quanto al cauarne lo ouato, la larghezza o lunghezza del quale hauendo hauuti questi auuertimenti si potra pigliare a corrispondentia piu su, o piu giu come ci tornerà piu commodo.*

Ma quando si volesse cauare di detta piramide una faccia, o forma che non fusse ouata del tutto, ma che hauesse da piede vna basa, bisogna considerare che larghezza noi vogliamo che habbi detta basa di tal faccia, o forma, & trasportarla nella pianta talmente che diuenti corda di quel arco che li tocca, & p esempio dicasi che la pianta, & la piramide sia la medesima che la passata, & che ne uogliam cauare una forma che sia parte di ouato, alta medesimamente un braccio, et larga nella sua basa $\frac{2}{3}$. *aprinsi le seste per la larghezza di detti* $\frac{2}{3}$. *& trasportisi nella pianta ad angoli a squadra del diametro* B D, *& si chiami* H I, *la quale tirisi in lungo sino nella basa*

della piramide, & doue la tocca quiuisi segni G, aprinsi poi le seste alla altezza di un braccio, & fermo un piè di esse in detto G, ueggasi doue l'altro intersega il lato A D, della piramide, et quiui si segni F, & tutto il resto si operi nel medesimo modo che si fece nella operatio ne passata, & nella fine di tale operatione vedremo la forma dello ouato essere quale ci mostra il disegno che segue, che sarà alto brac= cia 1. & largo da piè $\frac{2}{3}$. ne si puo di cosi fatta piramide cauare for= ma simile che ci dia le dette altezze & lunghezze in altro luogo, per= che variando uno di questi termini, varia sempre lo altro, ma si puo bene tenendo ferma la lunghezza hauere dal piè dello ouato piu o meno di $\frac{2}{3}$. secondo ci tornerà piu commodo, o che varieremo nel trasportare la quantità della corda che vorremo in essa pianta, del piu, o del meno de $\frac{2}{3}$. potremo ancora tenendo ferma la larghezza del da piede de $\frac{2}{3}$. fare la altezza, o piu lunga, o piu corta di detta forma, che già ci proponemmo di un braccio, come potrà vedere chi ne farà esperientia con le dette regole, & per maggior dichiaratione veggasi in disegno quel che si è detto.

Ma quanto al ultimo modo di segar la piramide per la lunghez za paralellamente al suo piombo, perche facilissimamente solo con il pigliare le altezze, dalla altezza della piramide, et le larghezze dalla basa di detta si puo vedere & trouare qual si voglia faccia che ci vogliamo, non ne diro altro.

Come

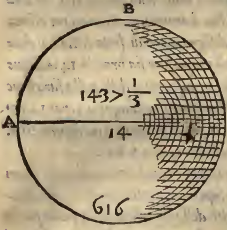
Come si misurino i corpi tondi. Cap. XVII.

PARE a molti come in uero è che una palla, ouero un corpo sferico, sia il comune ricetto de cinque corpi regolari, come che dentro ad esso si possino disegnare detti corpi, & non dentro a nessuno altro corpo, o forma di corpo. La detta palla si puo misurare in duoi modi, cioè o la superficie di fuori, o tutta la grossezza, & per far ciò. Multiplichisi primieramente il diametro della palla per la sua maggior circunferentia: & quel che ce ne verrà, sarà la quantità delle braccia della superficie di detta palla, et la ragione è che la superficie tonda è uguale, o simile ad un cerchio il diametro del quale fusse il doppio maggiore che quel della palla. Ouero multiplichisi lo spazzo della circunferentia di detta palla per 4. & ce ne verrà il medesimo, perche la superficie è per quattro tanti dello spazzo, cioè del cerchio descritto in piano intorno al suo diametro. Seruaci per essempio la dimostratione della palla disegnata quì di sotto A B C, il diametro, della quale cioè quello della superficie sia braccia 14. adunque per il 26. cap. del libro passato, la circunferentia della palla sarà braccia 44. & lo spazzo 154. Multiplichisi adunque 44. per 14. & ce ne verrà 616. ouero 154. per 4. & ce ne uerrà il medesimo 616. & tante braccia è la superficie di detta palla A B C.

Ma se noi volessimo sapere la grossezza di detta palla, cioè quante braccia sode ella è lo potremo sapere in quattro modi. Primieramente multiplichisi la quantità della superficie della palla per la sesta parte del diametro. Ouero la terza parte della superficie nel mezo diametro, oueramente multiplichisi lo spazzo della circunferentia in tutto il diametro di detta palla, & piglisene i duoi terzi di tale multiplicato. Conciosia che secondo Archimede, quella colonna che

ha

ha per basa il cerchio della palla, & per altezza il diametro di detta palla corrisponde per sesquialtera, cioè per la metà piu a detta palla. Ultimamente trouerremo il medesimo, se misurata una piramide tonda, che habbi la basa quanto la circunferentia della palla, & alta quanto il mezo diametro di detta palla, & la multiplicheremo per 4. conciosia che la palla è per quattrotanti di detta piramide come poco fa si disse. Multiplichisi 616. per $2\frac{1}{3}$. che è la sesta parte di esso diametro già detto 14. & ce ne verrà $1437\frac{1}{3}$. oueramente multiplichisi $205\frac{1}{3}$. che è il terzo di esso 616. già trouata superficie per 7. che è il mezo diametro, & ce ne verrà di nuouo $1437\frac{1}{3}$. Et se si multiplicherà 154. per 14. ce ne verrà 2156. i duoi terzi del quale multiplicato sarà medesimamente $1437\frac{1}{3}$. Ouero se si multiplicherà 154. per $2\frac{1}{3}$. cioè p la terza parte del mezo diametro ce ne uerrà $359\frac{1}{3}$. il qual numero multiplicato per 4. sarà medesimamẽte $1437\frac{1}{3}$. perilche per tutti questi modi si truoua la grossezza della palla essere $1437\frac{1}{3}$. Da questo si puo raccorre cosi la grandezza di essa meza palla, quanto ancora la grãdezza del suo sodo, imperò che saputa la metà dell'una & dell'altra, sapremo quel che andauamo cercando.



Potremo trouare ancora il medesimo se si multiplicherà la circunferentia per il mezo diametro, ouero multiplichisi lo spazzo della detta palla per 2. & haremo la metà della superficie tonda. Acciò che

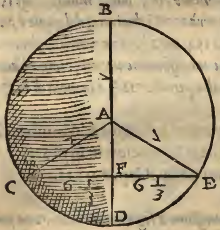
cioche tutte le cose siano come nel passato esempio, multiplichisi 44. per 7. o 154. per 2. & nel un modo & nell'altro, ce ne verrà 308. che è la metà di 616. al quale se si aggiugnerà 154. ce ne verrà la intera superficie della meza palla che sarà braccia 462.

Ma se noi vogliamo la grossezza della meza palla, multiplichisi la superficie della palla per la sesta parte del mezo diametro. Ouero la terza parte di essa superficie della palla per il mezo diametro. Ouero lo spazzo del cerchio maggiore per il mezo diametro, & piglisi i duoi terzi del multiplicato. Ouero multiplichisi lo spazzo di esso cerchio, o circunferentia per un terzo del mezo diametro, & raddoppisi il multiplicato, & ce ne verrà sempre la meza grossezza della palla. Ma mostrinsi li esempi secondo l'ordine detto di sopra. Multiplichisi 308. per $2\frac{1}{3}$. & ce ne verrà $718\frac{2}{3}$. ouero multiplichisi $102\frac{2}{3}$. che è il terzo della superficie della palla per 7. che è il mezo diametro, & ce ne uerrà medesimamente $718\frac{2}{3}$. ouero multiplichisi 154. per il medesimo 7. & ce ne verrà 1078. i duoi terzi del quale è pure $718\frac{2}{3}$. Et se si multiplicherà 154. per $2\frac{1}{3}$. ce ne verrà la piramide $359\frac{1}{3}$. che addoppiata ci sarà medesimamente $718\frac{2}{3}$. tanta è adunque la grossezza della meza palla, peroche $718\frac{2}{3}$. è la metà di $1437\frac{1}{3}$.

Come si misuri un segamento maggiore, o minore del diametro di una palla, o la portion maggiore, o minore di detta palla. Cap. XVIII.

SE NOI *hauessimo a segare vna palla, vna parte della quale hauessi ad essere maggiore della metà, & che il segamento hauesse ad essere, o maggiore, o minore del diametro, faccisi in questo modo per sapere & il segamento, & la superficie, & la grossezza. Sia il cerchio*

cerchio maggiore della palla A B C D E, cioè A centro, & B D diametro, & C E sia il filo del segamento minore, che con angoli a squadra interseghi il diametro B D, nel punto F, ilche viene ad esser diametro del cerchio minore, che diventerebbe il piano, o faccia di tale segatura se per esso passasse la sega, & si facesse due parti disuguali di detta palla, della quale la parte maggiore della meza palla sarebbe C B E, & la minore E D C. Se vorremo un segamento maggiore del mezo diametro, tirinsi dal C, & dalla E, duoi mezi diametri, che uadino a cōgiugnersi nel centro A. Dipoi p trouare primieramente la superficie tōda di amēdue queste portioni di palla, auuertiscasi che corrispondentia habbia quella portione di linea retta A F, intrapresa fra la diuisione C E, & il centro A, con la A C, o con la A E, & a tale corrispondentia, o proportione, traggasi la parte proportionale della metà della superficie tonda, & ce ne resterà la superficie della parte minore, lo arco della qual parte uiene ad essere C D E Et se si aggiugnerà la medesima parte proportionale alla metà della superficie sferica, ce ne uerrà la superficie della parte maggiore, della quale lo arco sara C B E, & la parte della cima B.



Seruaci per esempio che il diametro B D, della palla sia braccia 14. A F braccia 3. & F D 4. & l'altre cose come nell'altra palla, perche il 3. e $\frac{1}{7}$. del mezo diametro lieuisi $\frac{1}{7}$. da 308. come è 132. ce ne resterà

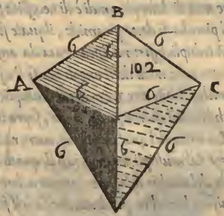
ne resterà 176. dicesi che tante braccia è la superficie tonda della C D E, *portion minore di detta palla. Aggiuughisi dipoi 132. cioè $\frac{3}{7}$. di detto 308. ad esso 308. & ce ne verrà 440. che sarà il numero delle braccia della superficie tonda della portion maggiore* C B E. *Et quando auuenisse che sapessimo la altezza di* B E, *& volessimo sapere quella di* F D, *multiplichisi* C F, *ouero* F E, *per se stessa, concio sia che le sono fra loro uguali secondo la terza del terzo di Euclide, & il multiplicato diuidasi per la medesima* B F, *& sapremo* F D. *& cosi per lo altro verso se si partirà questo medesimo multiplicato per* D F, *haremo la* F E. *Seruaci per esempio che dalla quarantasettesima del primo di Euclide si vedrà che* C F, *ouero* F E, *sarà braccia 6$\frac{1}{3}$. che multiplicate per loro stesse fanno braccia 40. partasi adunque 40. per 4. & ce ne verrà 10. & tanta sarà* B F, *ouero partasi il detto 40. per 10. & ce ne verrà 4. che è quel tanto che dicemmo essere* F D. *Posto adunque che sappiamo la altezza di qual si voglia di queste diuisioni, potremo per essa trouare la altezza dell' altra. Quanto alla grossezza di dette portioni di palla si truouano in questo modo. Multiplichisi la trouata superficie dell' una, & dell' altra portione per la sesta parte di detto diametro. Ouero la terza parte dell' una et dell' altra superficie, per il mezo diametro, conciosia che nell' un modo & nell' altro si truoua il segamento maggiore della basa, che è* A C B E, *& il minore* E A C D, *per ilche se si aggiugnerà la piramide che ha per basa il cerchio minore, & per diametro* C E, *& per altezza* A, *ad esso segamento* A C B E, *ce ne verrà la portione maggiore* C B E. *Ouero se si trarrà la medesima piramide* A C E, *dal segamento* A C D E, *ci resterà la grossezza della portione minore. Misurisi adunque inanzi all' altre cose la piramide* A C E, *come si mostrò nel passato Capitolo, la quale sarà braccia 126$\frac{4}{63}$. che son quasi $\frac{1}{16}$. Multiplichisi dipoi 176.*

per 2⅓. ouero 58⅔. che è il terzo di 176. per 7. che nell'un modo & nell'altro ce ne verrà 410⅔. che è il numero delle braccia del segamento A C D E. *Multiplichisi di nuouo 440. per 2⅓. ouero 146⅔. che è il terzo di detto 440. per il detto 7. & haremo per l'uno & per l'altro modo 1026⅔. che è il numero delle braccia del segamento* A C B E, *al quale se si aggiugnerà 126. & 4/41. ce ne verrà la portione maggiore* C E B, *che sarà braccia 1152 44/41. Ouero se si trarrà il medesimo 126 4/41. del 410⅔. ci resterà la portion minore* C B E, *che sarà braccia 284 38/41. & per fede delle sopra dette cose, se si metterà insieme l'uno & l'altro segamento, cioè 1152 44/41. & 284 38/41. ce ne resulterà nell'un modo & nell'altro la poco fa ritrouata grossezza della palla, cioè braccia 1437⅓.*

Come si misuri lo otto facce corpo regolare di otto triangoli uguali. Cap. XIX.

PER le cose dette si uede come si misuri il quattro base, corpo composto di quattro triangoli di lati uguali, il 6. base, cioè il dado, & come si chiamino corpi regolari infra i cinque di Euclide, restaci adunque a trattare delli altri tre, cioè dello otto facce, che è composto di otto triangoli di lati uguali infra loro, et del uenti facce, che si fa di venti triangoli simili, & del dodici facce che si fa di dodici pentagoni che hanno cinque lati per vno. Tratteremo adunque prima dello otto facce, qual direno che sia A B C, *per sapere la grossezza del quale multiplichisi uno de lati in se stesso, & quel ce ne viene, rimultiplichisi per il diametro di esso otto facce, & di quel ce ne viene piglisi il terzo, quale ci darà la proposta grossezza. Conciosia che in questo modo si viene a fare vna colonna di facce, che è per tre tanti di esso corpo di*

po di otto facce. Ma per trouare il diametro multiplichisi un lato in se stesso, & addoppisi il multiplicato, & poi se ne caui la radice quadrata secondo la quarantasettesima del primo, la qual radice sarà il detto diametro. Seruaci per esempio che ciascuno de suoi lati sia braccia 6. adunque multiplicato per se stesso ci darà 36. & addoppiato ci darà 72. la radice quadrata del qual numero è $8\frac{1}{2}$. dicesi che 8. braccia & $\frac{1}{2}$. è il diametro di detto 8. facce. Multiplichisi ultimamente 36. per $8\frac{1}{2}$. & ce ne verrà 306. il quale partito per tre haremo 102. & tanto è il numero della grossezza di detto otto facce, cioè 102. braccia sode. Et multiplicando lo spazzo di una di esse facce triangolari per 8. ci darà la quantità delle braccia superficiali del tutto di detto otto facce.



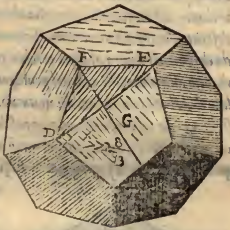
Come si misuri il dodici facce fatto di pentagoni, cioè di dodici superficie di cinque lati uguali l'una. Cap. XX.

MISVRISI *una delle dodici piramidi secondo che si insegnò nel 12. cap. di questo libro, & poi si multiplichi una di queste piramidi per 12. & haremo la grossezza di esso 12. facce, conciosia che il 12 facce*

 è di=

è diuisibile in dodici piramidi, le base delle quali sono li dodici penta goni che terminano il dodici facce, le punte delle quali si vanno a cõ giugnere insieme, nel centro di esso dodici facce. Ma per misura re una di dette piramidi è di necessità sapere il fuso, o vogliam dire il piombo di detta piramide, ilquale si trouerrà in questo modo. Multiplichisi vna linea tirata da angolo ad angolo, la piu vicina sotto ad vno di detti angoli per se stessa, & quel che poi ce ne viene multiplichisi per 3. & di tal multiplicato piglisi la radice quadrata che sarà il diametro del dado, sopra il quale è fabricato il 12. facce. La metà del qual diametro, ouero radice, multiplichisi per se stessa, & dal multiplicato traggasi il quadrato del mezo diametro del re= sto del cerchio disegnato intorno a detto pentagono, vltimamente ca uisene la radice quadrata che sarà il fuso, ouero il piombo di qual si è l'una piramide pentagonale. Et se si multiplicherà un lato del penta gono disegnato dentro al medesimo cerchio, p se stesso & trarrassene il multiplicato del quadrato del lato del pentagono, & di quel ci re= sta, se ne cauerà la radice quadrata, trouerremo a corrispondentia il mezo diametro del cerchio disegnato a torno al detto pentagono, oue ro trouato il centro del pentagono, quella linea diritta che da esso an drà a qual si voglia angolo del pentagono, ci mostrerrà piu facilmen te il medesimo. Seruaci per esempio il dodici facce, l'una delle ba se del quale sia un pentagono D E F, ciascun de lati del quale, sia braccia 4 $\frac{2}{5}$. & la linea piu vicina, che è sotto all'angolo D E F, sia D F di braccia 7 $\frac{1}{5}$. & il mezo diametro del cerchio disegnato intor= no al pentanogo sia braccia 4. Multiplichisi 7 $\frac{1}{5}$. per se stesso, & ce ne verrà 57 $\frac{3}{5}$. il qual numero rinterzato ci darà 172 $\frac{4}{5}$. la radice quadrata del quale, che è il piombo del quadrato sopra il quale è fa bricato il 12. facce, è 13 $\frac{8}{61}$. & la metà di questa radice è 6. & $\frac{71}{130}$. Multiplichisi di nuouo 6 $\frac{75}{130}$. per se stesso, & ce ne verrà 42 $\frac{48}{65}$. del qual

qual numero traggaſene il quadrato del mezo diametro E G, *cioè ſe dici, et ce ne reſterà* 26 $\frac{45}{61}$. *la radice quadrata del quale è* 5 $\frac{173}{613}$. & *tanta è la altezza, o vogliamo dire il piombo di qual ſi voglia di dette piramidi, et lo ſpazzo del pentagono* D E F, *ſecondo la regola del* 22. *capo del paſſato libro ſi trouerrà eſſere braccia* 37 $\frac{1}{5}$. *il qual multiplicato per* 5 $\frac{113}{610}$. *ci darà* 193 $\frac{156}{1330}$. *il quale partito p* 3. *ci darà* 64 $\frac{5}{13}$. *in circa: perciòche vi manca ſolamente* $\frac{1}{973}$. & *tante braccia ſode viene ad eſſere la groſſezza di eſſa piramide pentagonale, multiplichiſi finalmente* 64 $\frac{5}{13}$. *per* 12. & *haremo il tutto delle braccia ſode, o vogliamo dire cubiche del detto* 12. *facce eſſere* 772 $\frac{8}{13}$. *a punto.*

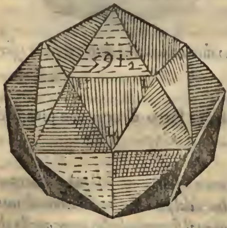


Come ſi miſuri il uenti facce fatto di corpi, o piramidi triangolari. Cap. XXI.

PER *miſurare vn ſi fatto corpo biſogna primieramente trouare la linea del piombo, che dal centro di tutto il corpo cade in qual ſi voglia baſa; come quella che termina, la altezza di ciaſcuna delle* 20. *piramidi delle quali ſi fa queſto corpo. Truouiſi dipoi la quantità di una di dette piramidi, ſecondo la regola data nel* 12. *cap. di queſto libro,* & *multiplichiſi per* 20. & *haremo la grandezza di tutto queſto corpo,*

conciosia

conciosia che il uenti facce, si fa di venti piramidi che hanno tre lati fra loro uguali la punta delle quali è il centro comune di tutto il venti facce. Et il fuso, ouero piombo di qual si voglia piramide si ritruoua in questo modo, cioè la altezza di qual si voglia piramide. Notisi primieramente ciascun lato delle base del pentagono disegnato dentro ad un cerchio, conciosia che dato vn lato di un pentagono descritto dentro ad un cerchio, si truoua ancora il lato del 10. facce da descriuersi dentro al detto cerchio, come è quella corda che si porrà sotto alla metà dell'arco del pentagono. Misurisi adunque un lato delle base triangolari del detto 20. facce, & multiplichisi per se stesso, & da tal multiplicato traggasi il quadrato del lato del 10. facce, & ci resterà il quadrato del mezo diametro del cerchio, dentro al quale è disegnato il pentagono. Et se al lato del 10. facce si aggiugnerà la metà del mezo diametro, del cerchio, che è intorno al pẽtagono, cauãdone la radice quadrata del poco fa trouato quadro fatto del detto mezo diametro, haremo il piombo, ouero la altezza di qual si voglia piramide.



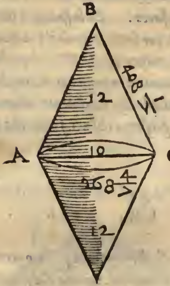
Sia il corpo di 20. facce triangolari HIL, *ciascun lato, del quale sia braccia 6. & di quella medesima sorte parti, che il lato del pentagono è 6. sia il lato del 10. facce 3 $\frac{1}{8}$. multiplichisi adunque 6. per se stesso, & ce ne verrà 36. & multiplica to ancora 3 $\frac{1}{8}$. in se stesso ci darà 9 $\frac{3}{4}$. il che traggasi da 36. ce ne resterà 26 $\frac{1}{4}$. la radice del qual numero è 5 $\frac{1}{8}$. & tanto è il mezo diametro del*

tro del cerchio dentro al quale è disegnato il pentagono, & il 10. facce. Aggiungasi conseguentemente ad esso lato del 10. facce, che è 3 1/7. la metà di se stesso, che è il mezo diametro, cioè 2 1/16. & ce ne verrà 5 11/16. che sono le braccia della altezza, ouero piombo di ciascuna piramide triangolare del detto 20 facce. Et lo spazzo ultimamente del triangolo che ha braccia 6. per lato, secondo il 5. cap. del secondo libro è 15 4/7. il quale multiplicato per 5 11/16. fa 88 116/160. il qual numero partito per 3. ci darà 29 11/16. & tanta è la grossezza di una delle dette piramidi triangolari. Multiplichisi finalmente adunque 29 11/16. per 20. & haremo la intera grossezza del 20. facce, che saranno cubiche braccia 591 1/3.

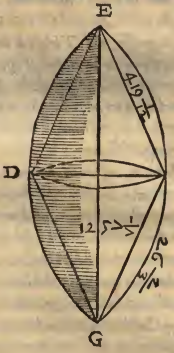
Come si misurino i corpi solidi a guisa di mandorla, che sono inregolari. Cap. XXII.

I CORPI *solidi a guisa di mandorla possono occorrere di piu sorti, ma tre sono i principali, o elle son mandorle tonde per la loro lunghezza, o è elle sono di linee diritte, o egli sarà un corpo composto di piu facce a mandorle. Il corpo a mandorla di linee diritte si misurerà facilmente, mediante le cose dette. Concio sia che quando noi vorremo sapere la quantità di detta mandorla, considerisi che ella non è altro, che due piramidi congiunte insieme nelle loro base, talche a volere sapere la quantità di detta mandorla misurisi una delle sue piramidi, & raddoppisi il misurato: & del misurare la piramide già si è data la regola nel 12. cap. di questo libro. Seruaci per maggiore dichiaratione delle cose dette, che la mandorla solida, o vogliamo dir piena sia* A B C, *fatta intera da due piramidi la altezza, della quale sia braccia 12. & il cerchio della basa habbia per diametro* A C, *che*

che sia braccia. 10. *Cauasi adunque dal detto* 12.*cap. di questo libro, la grãdezza dell'una piramide & dell'altra essere braccia* 314$\frac{2}{7}$. *solide, il qual numero addoppiato ci darà* 628$\frac{4}{7}$. *che saranno il tutto della grossezza della mandorla. La superficie ancora dell'una piramide & della altra si caua dal detto capitolo essere* 204$\frac{2}{7}$. *braccia quadre, il qual numero raddoppiato fa* 408$\frac{4}{7}$. *che è la superficie del tutto di detta mandorla. In questo medesimo modo ancora, si misura una mandorla solida cõposta di due piramidi disuguali. Imperò che dal raccorre insieme le misure dell'una et dell'altra piramide ne resulterà sempre la grãdezza di detta mãdorla, da Greci, & da Latini chiamata Rõbo. Le mãdorle tonde p la lunghezza, cioè fatte ad arco, che forse non si disdirebbe chiamarle mandorle ouate si misurano in un'altro modo. Presupponghiamoci che la detta mandorla sia* D E F G, *il piombo della quale* E G, & *il diametro che lo attrauersa con angoli a squadra* D F, *se si segasse a punto questa mandorla nel diametro, se ne farebbe due piramidi uguali, talche la di sopra sarebbe* D E F, *come proua Archimede nel libro che tratta de' corpi sferici,* & D G F, *sarebbe l'altra piramide. Misurisi adunqu la mandorla*



dorla che si fa di due piramidi come di sopra si disse, et addoppisi detta misura, & haremo il tutto di detta mãdorla ouata, la quale Archimede chiama corpo sferico. Sia per modo di esempio questa mãdorla ouata D E F G, *della medesima grandezza che la prima* A B C, *& la sua grossezza sia pur braccia* $628\frac{4}{7}$. *sode il qual numero addoppiato fa* $1257\frac{1}{7}$. *& tante braccia diremo che habbi di sodo questa mandorla ouata. Et se noi vorremo sapere la sua superficie multiplichisi lo arco* F G E, *per la metà del cerchio, che ha per diametro la linea* D F, *ouero multiplichisi tutta la circunferentia per la metà di detto arco. Sapremo ancora il medesimo se si multiplicherà lo spazzo del cerchio che ha per diametro la linea diritta* D F, *per esso arco* E D G, *ouero* G E F, *& partirassi tal multiplicato per il mezo diametro del medesimo cerchio. Seruaci per esempio che la linea* D F, *sia braccia* 10. *& lo arco* E D G, *sia braccia* $26\frac{2}{7}$. *la onde la circunferentia che ha per diametro* D F *sarà braccia* $31\frac{3}{7}$. *& lo spazzo braccia* $78\frac{4}{7}$.



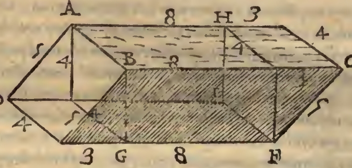
Multiplichisi adunque $26\frac{2}{7}$. *per la metà di esso* $31\frac{3}{7}$. *cioè per* $15\frac{5}{7}$. *et ce ne verrà* $419\frac{1}{11}$. *Ouero multiplichisi* $31\frac{3}{7}$. *per* $13\frac{1}{7}$. *cioè per la metà del detto* $26\frac{2}{7}$. *& haremo medesimamente* $419\frac{1}{11}$. *Ouero multiplichisi*

78 $\frac{4}{7}$. per 26 $\frac{2}{7}$. & ce ne verrà 2095. che partito per 5. cioè per la metà di detta linea, o diametro 10. *ci darà medesimamente* 419 $\frac{1}{11}$*. che sarà il numero delle braccia quadrate di detta mandorla ouata, cioè la superficie, che chiamammo* D E F G.

I corpi fatti di piu facce a mandorle, si posson ancor essi facilmente misurare, come sarebbe a dire per nostro esempio un corpo che fusse terminato da sei mandorle piane, le quali tutte fussino respettiuamente paralelle infra di loro, come dimostra la figura che poco di sotto porremo, la quale chiameremo A C D E, *la parte di sopra della quale sia* A B C, *& la basa* D E F, *del qual corpo se noi vorremo sapere la grossezza. Tirinsi le linee de piombi* B G, *&* E H, *& conseguentemente ad amendue esse* A B, *&* B G, *& similmẽte alla* E F, *& alla* E H, *linee paralelle. Sarà adunque diuiso questo ammandorlato in un corpo quadro, a guisa di colonna quadra, o di pilastro, & in duoi pezi triangolari, il corpo quadro sarà* A B E F, *& i duoi triangoli saranno* A B D, *&* E F C, *la misura delle quali cose la mostrammo nel cap. 6. & nel 7. di questo libro. Misurisi adunque la colonna quadra, & i duoi corpi triangolari, & raccolghinsi insieme i multiplicati loro, & haremo la grandezza di questo corpo cõposto di mandorle. Seruaci per esempio che ciascun lato della cõlõna per la lunghezza sia braccia 8. & ciascun lato dell'una & dell'altra basa sia braccia 4. & i lati de corpi triangolari per il piu lungo siano braccia 4. l'uno, & delle loro base un lato sia braccia 3. l'altro 4. & l'ultimo 5. Sarà adunque la grossezza di detta colonna quadra braccia 128. & la grossezza di qual si è l'uno de corpi, o colonne triangolari che dire le vogliamo braccia 24. & 2. uie 24. fa 48. il quale aggiunto a 128. fa 176. & tante diremo che siano le braccia del sodo di esso corpo ammandorlato che ci eramo presupposto. Ouero piu breuemẽte multiplichisi la basa* A B G, *per la linea retta* B C,

ouero

ouero la basa F E H, *per la linea retta* E D, *cioè* 16. *per* 11. *& ce ne verrà una colonna quadra uguale al propostoci ammãdorlato, però che* 11. *uie* 16. *fa* 176. *& se bene un de corpi triangolari, manca da uno lato a dar compimento alla detta colonna, vien nõdimeno ricompensato da quel che si è preso piu dall'altra parte, & questo modo è piu cõmodo a qual si voglia forma, o dispositione di ammandorlato.*



Mediãte queste cose, & le passate ancora si puo facilmente cõietturare, con quale ingegno si possino misurare gli altri corpi che si chiamano inregolari, imperoche si come le diuerse facce piane si diuidono in triangoli, & in paralello grami, cioè in quadri lunghi, & poi si mettono insieme le particulari misure di qual si è l'uno di loro, bisogna similmente risoluere i corpi inregolari solidi, o vogliamo dire massicci in corpi quadri di angoli retti, o in corpi triangolari, o in piramidi (secondo che ci sarà piu commodo) & prese dispersè le misure di ciascuno, raccorle dipoi tutte insieme, ouero trar l una dell'altra se ci farà di bisogno. Quando adunque il propostoci corpo sara inregolare egli è certo, che o gli manca, o gli auanza qual cosa per essere regolare, se egli manca cosa alcuna, bisogna arrogerui quel tãto che

li manca a farlo diuentare regolare & intero, ilche si farà mediante lo allungare de lati tanto che vadino a congiugnersi, & misurare poi queste parti aggiunte come se il corpo fusse intero, le quali aggiunte poi si hanno a trarre della misura del tutto.

Ma se a questo propostoci corpo auanzasse qual cosa, alla sua regolarità, misurisi primieramente quel che ha di regolare, & dipoi quel che gli auanza, & tal misure poi raccolghinsi insieme, & haremo la intera misura del tutto. Sono inuero le forme & figure de corpi massicci, che ci possono occorrere infinite, ma non ce ne potra mai occorrere alcuna che ancor che intera & regolare, o che le manchi, o che le auanzi qual cosa allo essere regolare, che non si possa facilmente misurare secondo le regole, & li ammaestramenti dati di sopra, se gia elle non hauessino perduta quasi del tutto ogni forma di figura ragioneuole. Et sarebbe certamente stata cosa superflua, disutile, & difficilissima, il uolere dar regola, o ammaestramento proprio, & particulare sopra qual si uoglia figura, o forma di corpi simili, anzi certo uno aggrauare le menti di coloro che leggono. Conciosia che ei si dice, che indarno si insegnano quelle cose per uie lunghe, che si possono insegnare per uie breui & espedite. Non voglio lasciare di dire che a queste cose, che inuero in prima uista pare che habbino del difficile, ancor che del diletteuole, giouerà assai la destrezza dello ingegno (oltre alla notitia dello abbaco) di colui che si vorrà in cosi fatte misure esercitare, auuertendo ciascuno, che non basta lo intendere le cose che si son dette, ma che lo esercitarsi in esse giouerà grandissimamente.

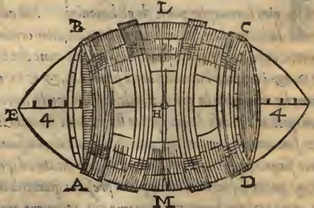
Come si misurino le botti da uino, o da altro. Cap. XXIII.

PIACEMI di dimostrare un modo da misurare le botti da uino, o da altro, diuerso da quello che usa hoggidi la maggior parte de gli huomini. Sia adunque la botte da misurarsi terminata da duoi cerchi nelle teste i diametri aellequali sieno infra di loro uguali come che la botte sia A B C D, *& i diametri di detta botte sieno* A B, *&* C D, *uguali infra di loro che terminino la grãdezza della botte con le linee curue del corpo di quella. Tirinsi da ogni parte linee curue secondo il corpo della botte, sino a tanto che congiugnendosi insieme diano fine ad un corpo sferico fatto a guisa di uno ammandorlato ouato, il quale sia* E L F M, *& questo si faccia, o in un piano presa la quantità de diametri* A B, *&* C D, *& la quantità ancora di* L M, *ouero applicando al corpo della botte, alcuni regoli accõmodati al piegarsi che perciò siano apparecchiati. Fatto questo tirisi il filo, ouero linea* E F, *che passi per il centro* H, *& che diuida in due parti uguali la linea* A B, *nel punto* G, *& la* C D, *nel punto* I. *Misurisi dipoi la piramide, o vogliam dire il conio, che ha per basa il cerchio* A B, *& per punta della linea a piombo* E, *& per fine* G; *secondo quella regola che si diede nel cap.12. di questo libro. Misurisi dipoi lo intero di tutto questo corpo a mandorla ouata* E L F M, *come nel passato cap. si disse, quando si trattò de corpi inregolari a quali bisognaua, o leuare, o arrogere per ridurli regolari, & da quel ce ne viene, traggasi l'una, & l'altra aggiunta che si fece alla detta botte, cioè* A B E, *&* C D F, *& ci rimarrà la grandezza a punto della propostaci botte.*

Truouisi poi finalmente la quãtità della diuisione A B E, *in questo modo, guardisi in che proportione corrisponda una linea diritta*

composta

composta della lunghezza G F, & F H, *con la* F G. *Conciosia che la diuisione* A B E, *corrisponde in quella medesima alla piramide, che ha la medesima basa, et la medesima altezza che essa diuisione, cioè che ha per basa il cerchio* A B, & *per altezza la linea* G E.



Hauuta che haremo la notitia delle tre cose facilmente haremo notitia della quarta, mediante la regola delle quattro proportionali. *Et il medesimo vorrei che si intendessi della altra diuisione* C D F, *conciosia che ella corrisponde cō quella medesima proportione alla sua piramide, che fa la linea diritta cōposta di* I E, & E H, *ad essa* E I. *Sia* A B, *uguale al* C B, *o sia pur piu lunga, che non importa, queste cose tutte si sono cauate dalle demostrationi di Archimede, delle quali ī questo caso ci siamo seruiti, come delli altri habbiam fatto delle propositioni, o proposte di Euclide. Ilche vogliamo che basti, che se volessimo addurre le demostrationi particulari di Archimede, o altre simili haremo hauuto a fare un nuouo, & gran uolume. Seruaci per esempio che l'una et l'altra* A B, *et* C D, *sia braccia* 7. & L M, *sia braccia* 10. *et il fuso* E F, *braccia* 20, *et* G H, & H I, *ciascuna sia braccia* 6. & *l'altre* G E, *et* I F, *siano ciascuna*

braccia

braccia 4. harà adunque (se si auuertirà diligentemente le cose dette di sopra) la intera grossezza di tutto questo corpo a mandorla ouata E L F M, *braccia* 1047 $\frac{11}{21}$. *di sodo, conciosia che la piramide che ha per basa il cerchio che ha per diametro* L M, *di braccia* 10. & *per altezza* H F, *ouero* H F, *di braccia medesimamente* 10. *secondo che si mostrà nel* 12. *cap. è braccia* 261 $\frac{17}{42}$. *sode, le quali addoppiate fanno la metà della mandorla ouata* E L M, *ouero* F L M, *di braccia* 523 $\frac{11}{21}$. *il qual numero addoppiato fa* 1047 $\frac{11}{21}$. *che è lo intero di detta mandorla ouata* E L F M. *La piramide oltra di questo* A B E, *disegnata dal triangolo* A E G, *ouero* G B E, *secõdo quel si disse nel* 12. *cap. ha braccia* 51 $\frac{1}{3}$. *di sodo, & la linea cõposta di* G F, & F H, *ha braccia* 26. & G F, *braccia* 16. *per le cose dette.* *Pongasi adunque per il primo numero il* 16. *per il secondo il* 26. & *per il terzo* 51 $\frac{1}{3}$. *di poi multiplichisi il terzo, per il secondo, cioè* 51 $\frac{1}{3}$. *per* 26. & *ce ne uerrà* 1334 $\frac{2}{3}$. *ilche partito per* 16. *che fu il primo numero che si pose, ce ne uerrà per qualunque parte* 83 $\frac{5}{12}$. & *tante saranno le braccia che di sodo ha la diuisione* A B E, *ouero* C D F, *traggasi adunque finalmente* 83 $\frac{5}{12}$. *cioè* 166 $\frac{5}{6}$. *dal detto numero* 1047 $\frac{11}{21}$. & *ce ne resterà* 880 $\frac{11}{14}$. *le quali diremo che siano le braccia che di sodo ha la propostaci botte* A B C D, *la importantia adunque è sapere quanti barili entrino in un braccio quadro, & secondo tal numero multiplicare lo* 880 $\frac{11}{14}$. *come se si dicesse che il braccio quadro tiene barili* 5. *multiplichisi* 880 $\frac{11}{14}$. *per* 5. & *ce ne verrà* 4403 $\frac{13}{14}$. *che saranno a punto il numero de barili* . *che tiene la propostaci botte* A B C D.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVARTO.

Del descriuere le Prouincie.

P*ARMI cosa conueniente hauendo trattato insino a qui come particolarmente si possino misurare tutte le cose priuate, passare a trattare come si misurino le publiche, come sarebbe una Prouincia, o un Regno intero, con le Città, Terre, Castella, Fiumi, Liti, Porti, & luoghi notabili da poſſerla mettere in carta, o in tauola piana. Et se bene io so che essendo il mõdo di forma Sferica, egli non ha conuenientia alcuna con il piano: nel descriuere nondimeno una Prouincia, o un Regno di* 300. *o* 400. *miglia non puo nascere tale errore, o differentia che sia in un certo modo sensibile, o apparente. Et non essendo per hora mia intentione di insegnar descriuere un mondo intero, o la maggior parte di esso in una palla, come sarebbe piu ragioneuole, & come le misure di esso tornerebbono piu giuste secondo lo ordine, & le regioni del Cielo, passerò solamente a trattare de modi da descriuere le parti particulari, di esso mondo con quelle regole che da Gemma Frisio, dal Perurbachio, da Pietro Appiano, & dallo*

& dallo Illuſtre M. Giouan Roia, & molti altri, ho poſſuto ritrouare. Dico adunque che una Prouincia ſi può diſegnare in piano in quattro modi. Il primo è ſenza ſapere le lunghezze, o le larghezze, o le lontananze de luoghi. Il ſecondo è ſapendo ſolamente le lontananze de luoghi. Il terzo che ſi puo fare ſenza la buſſola in piano & la ritta. Il quarto è ſapendo le lontananze delle miglia de luoghi, et le linee delle vedute, da alcuni chiamate linee, o angoli di poſitioni, o poſiture. Et perche quanto al primo modo ci biſogna hauere una buſſola piana con l'ago & con l'altre ſue appartenenze, non mi pare inconueniente deſcriuere il modo di fare detta buſſola, ancor che da Vitruuio già fuſſe deſcritto il medeſimo, & queſto per commodità di chi legge, & dello inſegnare applicare la buſſola ritta ſenza l'ago, alla buſſola che terremo a piano con l'ago per dirizzarla ſempre alla tramontana, ſecondo che ſi ricercherà poi nel mettere in opera, o in atto la operatione da farſi.

Come ſi facci una buſſola. Cap. I.

APPARECCHISI *la prima coſa una tauoletta di argento, o di ottone, o di boſſolo, o di qual altro legno ſi voglia, pur che ſia ſodo & pulito, & atto a non ſi torcere, o a non ſi fendere, nel mezo del quale fermato un piè delle ſeſte, ouero ſeſtone deſcriuaſi un cerchio che habbia di diametro un terzo di braccio in circa, il quale habbia ad eſſere l'ultimo termine di detta buſſola. Dal medeſimo centro ſi tiri poi un'altro cerchio, quaſi per lo ſpazio di una coſtola di coltello, lontano dal primo, cioè piu verſo il centro, infra i quali cerchi ſi hanno a tirare poi le linee de gradi, grado per grado come di ſotto diremo. Fatto queſto riſtringhinſi le ſeſte, ouero il ſeſtone per fare un terzo cerchio*

lontano dal ſecondo, per due volte la lontananza, che è fra il primo & ſecondo, percioche infra lo ſpazio, che è fra il ſecondo, & queſto terzo cerchio ſi hanno a mettere i numeri delle cinquine de gradi, & tirarle come ſi dirà di ſotto. Tirati queſti cerchi diuidinſi con una linea trauerſa che paſſando p il centro faccia di tutti, due parti ugua li, lungo la parte di ſopra, della quale ſcriuaſi, tramontana, & nella parte di ſotto, mezo dì. Diuidaſi dipoi detta linea in due parti ugua li, talche paſſando detta linea per il centro faccia angoli a ſquadra con la prima linea, & dalla deſtra ſcriuaſi lungo queſta ſeconda li= lea, leuante, & dalla ſiniſtra ponente. Ridiuidaſi poi la quarta par te del cerchio, che è fra tramontana & leuante in due parti uguali, & tiriſi una linea che paſſando per il centro ridiuida tutti i cerchi, da ciaſcuna banda, lungo la quale dalla parte di ſopra ſcriuaſi gre= co, & dalla parte di ſotto libeccio. Ultimamente ridiuidaſi lo ar= co, che è fra tramontana, & ponente in due parti uguali, con una li= nea che paſſando per il centro diuida di quà, & di là, oltre, & indie tro a detto centro tutti i cerchi, & dalla parte di ſopra fra tramonta na & ponente, ſcriuaſi maeſtro, & dalla parte di ſotto ſcilocco, & coſi haremo già con quattro linee gli otto venti principali, i quali vo glio che ci baſtino per la noſtra buſſola, ſapendo che chi vorrà ſi po= trà ridiuidere in tante parti che harà ſe vorrà, & li 16. & li 24 venti ſecondo Vitruuio, ma parendoci che in queſto noſtro inſtru= mento per hora che otto ci ſiano a baſtanza ci contenteremo di eſſi. Già habbiam diuiſe per metà tutte le quarte come ſi puo vedere, perche greco diuide per mezo la quarta fra tramontana & leuante, ſcilocco la quarta fra leuante & mezo dì, libeccio la quarta fra me= zo dì & ponente, & maeſtro la quarta che è fra ponente et tramon tana. Ridiuidaſi dipoi la ottaua parte del cerchio, che è fra tramon tana & greco con duoi punti in tre parti uguali, & ciaſcuna di eſſe

tre

tre parti, pur con duoi altri punti in tre parti uguali, et applicando sempre una testa del regolo al centro, et l'altra a ciascuna delle diuisioni, tirinsi lineette infra il primo et il terzo cerchio, & questo ordine si tenga a torno a torno nel diuidere tutta la circunferentia di quarta in quarta, o di ottaua in ottaua parte. Fatte queste diuisioni, applichinsi alle lineette già tirate i numeri loro infra il secondo et il terzo cerchio, cominciandoci da tramontana a dire 5.10.15.20. &c. fino a che 90. verrà a terminare a punto a leuante, ilche si faccia dall'altra parte ancora da tramontana in ponente seguendo 5.10 15.20.&c. talche 90. termini alla linea di ponente. Comincisi poi ancora dalla linea di mezo dì, & caminando con lo scriuere verso leuante dicasi 5.10.15.20. &c. talche il 90. termini in leuante, et per il contrario 5. 10.15.20.&c. da mezo dì in ponente, talche a ponente termini il 90. Debbesi poi ciascuna delle diuisioni già fatte ridiuidere in cinque parti con quattro punti fra loro uguali, et applicando come dell'altre lineette si disse vna testa del regolo sempre al centro, tirare le lineette fra il primo et il secondo cerchio, che dinotino grado per grado, le quali fra tutte adēpierãno il numero di 360 gradi, 90. cioè per quarta, ne uò lasciare di dire che nel tirare de cerchi, et delle linee, si debbe affondarle tanto che per il maneggiare poi la detta bussola, et voltare in quà & in là la linda, secondo che ricerca il bisogno, elle si preseruino, et non si scancellino, come se fussino sole di inchiostro, ilche si debbe ancora molto auuertire nello imprimere, o i numeri, o le lettere cō i punzoni di acciaio, perche nel batterli poco, non rimangono improntate dette lettere, ò numeri, et nel batterli troppo, uanno tanto a fondo che offuscandosi & le lettere, et i numeri, non si discernono. Bisogna adunque batterli a modo, et però è bene farne prima un poco di pruoua, o di esperientia in su uno altro pezzuolo di argento, o di ottone, o di bossolo, o di qual altro

legno si sia che facciamo la nostra bussola, & fatto tal pruoua im= prontare poi a discretione dette lettere, o numeri in detta bussola. Disegnata in questa maniera la bussola, è di necessità scauare un certo spazio intorno al centro, col tornio, o meglio con un ferro fatto a posta per metterui il perno che ha a reggere lo ago, & sopraui poi il uetro, & per piu dichiaratione fabbrichisi un ferro che sia dal mezo in giù di acciaro, con una punta sottilissima dalla quale si parta il taglio del ferro largo per la metà di quel che vogliamo che sia il cerchio da scauarsi, & dipoi con vno altro taglio piu lontano dalla punta, & piu uerso il manico, che farà la seggiola sopra la quale si poserà poi il vetro. Et eccone lo esempio A *punta,* B *manico,* C *taglio primo, &* D *taglio secondo.*



Questo ferro vuol hauere la punta tonda, i tagli smussati come i ferri da pialla, & il manico quadro, il quale messo in vn volgitoio come si usa, nel girarlo a torno ci farà il cerchio scauato che haremo di bisogno per la bussola applicando la punta A, *al centro della detta bussola. Puossi ancora a detto ferro fare un manico a guisa di succhiello, & cõ la man poi girarlo, ma piu presto, piu facile, et piu netto si opera con il volgitoio, il quale per essere instrumento molto noto nõ descriuo altrimenti. Nel centro dipoi di questo scauato si debbe collocare un pernetto di ottone cõ la punta sottilissima che debbe reg gere*

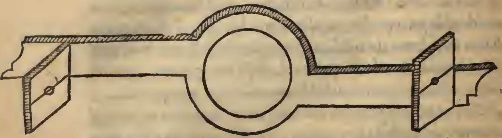
gere lo ago: questo perno bisogna auuertire che non sia tanto lungo che posatoui sopra lo ago, & copertolo con il uetro, o cristallo, venga detto cristallo, o uetro a toccare lo ago, & impedirlo dal suo potersi voltare alla tramontana, come fa sempre calamitato che egli è, & non mi è nascoso che non si volta precisamente alla tramontana, operando noi in questi nostri paesi, perche so che ci si fa una differentia di sette in otto gradi, ilche molti dicono perche la calamita non trae a dirittura alla tramontana, & che tal virtù di tirar che ella fa il ferro non viene dalla tramontana, ma da certi monti della Noruegia, che sono tutti di questa miniera della calamita, i quali nel tirare le dirittture della tramontana pendono uerso leuante i detti otto gradi: ma importandoci questo poco, o niente nel nostro operare lo lasceremo come cosa per hora a noi non attenente da parte, & torneremo al nostro proposito bastandoci hauerne detto quel poco, che si è detto di sopra. Lo ago si fa di acciaio sottilissimo a guisa di freccia, & talmente bilanciato nel suo coppo di ottone, che posto sopra d'un perno, tanto pesi la punta quanto la penna, non altrimēti che se fusse una giustissima bilancia. Temperasi dipoi sopra un ferro rouente, tanto che pigli il colore della viola mamonla: & temperatosi calamita, & calamitato si mette sul perno della bussola, & si cuopre con il vetro, o cristallo, & per fermare detto cristallo si fa un cerchietto di filo di ottone, o di rame, che serrandosi nella seggiola, tiene detto vetro, & dico di ottone, o di rame, acciò non ci venisse fatto di fil di ferro, che darebbe poi impedimento al voltarsi dello ago. Fatto questo si ha a considerare che ci si ha a maneggiare la linda intorno alla bussola, la quale sarebbe di necessità che fusse impernata nel centro di detta bussola: ma parche ui habbiam posto lo ago non è possibile. Ma in cambio di perno per la linda facciasi un cerchio di ottone il diametro del quale sia un poco maggiore dello scauo, che si fece per lo ago.

ago. Questo cerchio vorrebbesser talmente fatto che fusse maßiccio da non si poter torcere, & hauesse di sotto da quella parte che ha da posare sul piano della bussola tre punte da poterlo con esse fermare in detto piano, & perche ha da tenere ancora l'altro cerchio della linda che se li debbe girare a torno come diremo, debbe hauere una intaccatura a torno a torno, che ritenga poi il cerchio della linda, che girandosi non salti suso, la quale intaccatura chiamamo A.



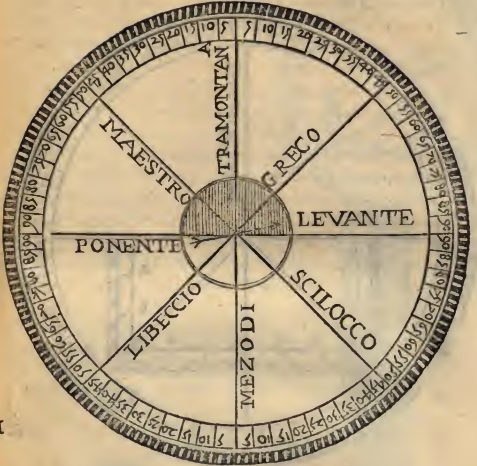
A

Questo si fatto cerchio si fermarà cō le dette tre pũte talmente sul piano della bussola, che ugualmẽte la sua circunferentia venga da p tutto lontana a vn modo dal perno dell'ago della bussola, & però vuol essere di dentro, & di fuori torniato pulitißimamẽte, di dentro perche scuopra senza impedimento il vetro & l'ago, & di fuori perche vi si possa girar a torno giustißimamente il cerchio della linda, la quale a corrispondentia faremo in questo modo.



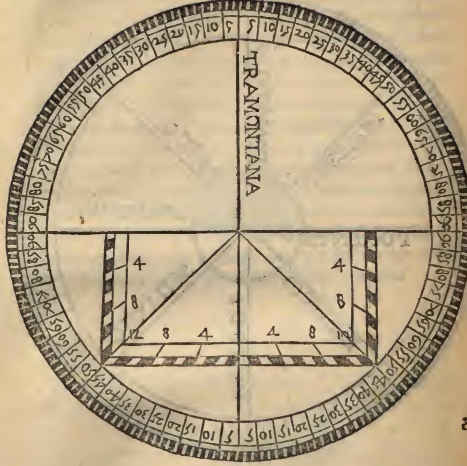
Cosi dunque haremo dato fine alla bussola, ma volendo seruircene a descriuere cō essa una Prouincia, o una Regione: ci sarà molto cō= modo fare vno altro instrumento pur tondo simile alla bussola, cioè diuiso in tre 360. gradi 90. cioè per quarta, & in esso della parte di mezo dì, disegnisi la scala altimetra in questo modo, diuidasi tutto il cerchio in quattro parti uguali, & da dette diuisioni nella parte però di sotto si tirino tre linee che attrauersino la linea meridiana ad an= goli a squadra, & termini la prima nel cerchio, nel quale son descrit te le cinquine de gradi circulari, & lascino queste tre linee infra di lo ro duoi spazij l'uno maggiore dello altro, dipoi tirinsi per il trauerso le dette tre linee, sino a tanto che da ogni banda terminino nella linea che passando per il centro fa leuante & ponente. Scompartischinsi dipoi dette tre linee talmēte che se ne facci dodici parte per lato, cioè dodici da mezo dì uerso ponente, dodici dal detto mezo dì uerso leuā te, & dodici da ciascun lato, delli angoli insino alla linea che fa co= me si dice leuante & ponente, & applicando vna testa del Regolo ferma al centro tirinsi lineette a schiancio, che diuidino le tre linee in parti, & a quelle si applichino i numeri cominciando a porli, dalla linea di mezo dì, & andare verso li angoli, & il simile si faccia, delle altre parti che uanno a terminare nella linea che fa leuante & ponente. Questo instrumento, o bussola ritta non ha bisogno di ago, ma si bene di vna linda con le sue mire impernata nel centro, è di ne cessità fermare questa bussola in vno stile che a sguarda si rilieui di su la linda della bussola piana, & talmente che il suo profilo batta in su la linea della linda piana, che da molti è chiamata la linea del= la fede, & che nel muouer la linda della bussola piana in quà, o in là, a quei gradi che ci occorrono, porti sempre seco questa bussola rit= ta, & auuertiscasi che lo stile della bussola ritta stia per ogni verso a piombo su la linda della bussola piana, ilche si uedra con duoi piom

binetti collocati in detto stile, come si vedra in disegno. Bisogna anco auuertire nel collocare questo stile su la linda che non impediʃca le mire della linda piana, ilche si farà facilmente lasciandolo da piè nel mezo aperto a guisa di porta: alcuni hanno vsato nel collocare questo stile su la linda accommodarlo di sorte, che a sua commodità lo poßino leuare & porre, ilche io lodo grandemente, si per potere maneggiare la bussola piana a leuar le piante, senza la ritta, si ancora per la commodità del poter mettere l'una & l'altra bussola in una scatola, & portarla oue ci farà di bisogno, pur che lo stile & la linda sia di materia soda, che nel cōmetterli insieme faccino sempre angolo a squadra, ne uò mancar di dire che le dodici parti di qual si uoglia lato della scala altimetra si debbon diuidere ciascuna in quattro parti, cioè gradi, talche dalla linea meridiana alli angoli venghino per ciascun lato gradi 48. & cosi per li altri lati come si vedrà nel disegno: ma porremo prima il disegno della bussola piana.



8

Poi che di là si è posto il disegno della bussola piana senza la lin= da, mi pare ragioneuole mettere al presente in disegno, la bussola rit ta senza la linda per maggior' dichiaratione, come dopo questo si met terà anco in disegno l'una & l'altra bussola applicate insieme con le loro linde & stile, & altre appartenenze.



Ben uò credere che mediante il presente disegno, ogni ragioneuo= le ingegno potrà conoscere in che modo habbi ad essere applicata la bussola ritta sopra la piana, quando bene ne gli scritti passati haueßi hauuto qualche difficultà circa lo intendrli, ancor che per quanto mi è stato poßibile io mi sia ingegnato di essere stato piu largo, & piu


45 30 15 15 30 45
15 30 45 60 75 90 75 60 45 30

aperto ch'io ho potuto. Non vorrei già che alcuno mi imputasse se in questi disegni io non havessi posti i gradi un per vno, o a cinque a cinque come nelle figure passate, che venendo queste figure tanto piccole, non mi pareua di poterlo fare, senza arrecare confusione a gliocchi de reguardanti.

Inanzi che si diano le regole, o i modi dello operare mi pare conue niente dichiarare che cosa sia linea, o angolo di positione, ouero positu ra mediante le quali ci haranno a gouernare in queste nostre operationi, alcuni le hanno chiamate linee di positione, conciosia che trouandosi cõ la bussola ad operare in alcun determinato luogo nel guardare vno altro luogo, voltando la linda ad esso, hanno chiamato linea di positione quella dirittura che passa per detto luogo in su la quale poi hanno a terminare il sito, o positura di quel tal luogo, & la distantia che è poi infra la linea del meridiano, oue saremo stati alla operatione, a questa linea della positione del luogo veduto, chiamano angolo di positione. Seruaci per esempio che A sia Firenze, & la sua linea meridiana sia B, & che stando in Firenze con la nostra bussola sul campanile di S. Reparata nella suprema altezza doue fu la sponda di marmo del angolo del detto campanile che risponde su la piaza di S. Giouanni allato a S. Reparata facemmo tale operatione, veggiamo il palazzo de Pitti discostarsi dalla linea di mezo dì, verso ponente gradi 24. & chiamasi C, dico che la linea A C, si chiama linea di positione, o di ueduta, & l'angolo A B C angolo di positione & questo



queſto ci baſti per tale dichiaratione, concioſia che io voglia piu toſto chiamarla linea del luogo che io guardo, & applicarui il nome di quel luogo perche ne habbiamo dipoi biſogno per i riſcontri delli interſecationi come diremo di ſotto.

Come ſi operi con la buſſola per deſcriuere una Regione. Cap. II.

TRASFERIREMOCI *in al uno luogo alto, & che nõ habbia impedimenti a torno, acciò le uedute ſieno libere & ſpedite, & quiui fermeremo la buſſola a piano, & talmente volta che lo ago venga a dirittura della tramontana, & tenendola ferma, voltiſi la linda, a luoghi che noi vogliamo vedere, & ſe alcuni di detti luoghi ci ueniſſe tanto ſotto che noi non lo poteſſimo vedere per le ſue mire, guarderemolo per le mire della buſſola ritta, che traportata dalla linda della buſſola piana, ci darà commodità di vedere detto luogo, & ueduti i luoghi da preſſo, o da lontano, nõ tinſi da parte i nomi di detti luoghi, & i gradi doue batte la linda nella buſſola piana. Fatto queſto, & notati tutti i luoghi che ci occorreranno, è di neceſſità transferirſi con la buſſola in uno altro de già ueduti luoghi doue poſta la buſſola a piano voltando pur l'ago alla dirittura della tramontana co=me ſi fece nella prima operatione, uoltiſi la linda a tutti i luoghi che vedemmo, nel primo luogo della prima operatione & non tinſi da parte ancora i nomi di detti luoghi, et i lor gradi della buſſola piana. Fatta l'una & l'altra operatione & preſi i gradi, & nomi de luo=ghi, apparechiſi un cartone, tanto grande appiccando piu fogli inſie=me & per la lunghezza & per la larghezza, quanto vorremo che ſia la Prouincia che vorremo deſcriuere, facciſi ancora un cerchio*

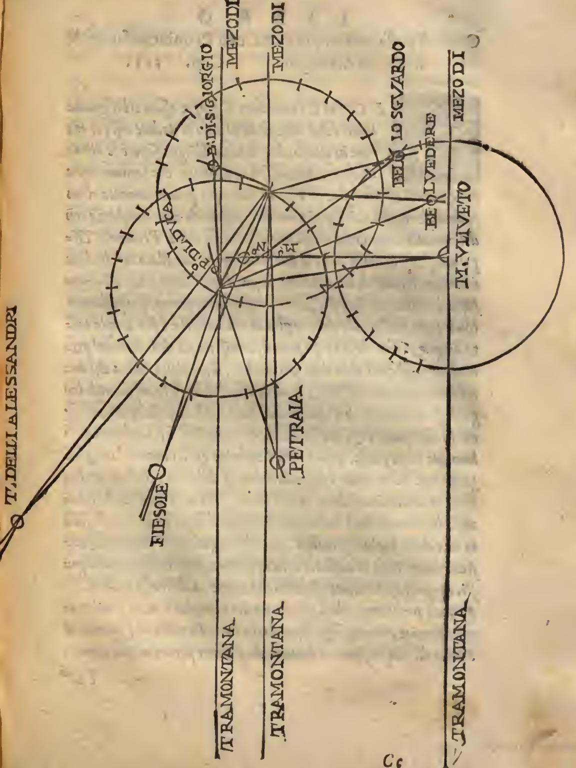
di

di cartone, quasi a guisa di bussola scompartito in 360. gradi, 90. cioè per quarta come la bussola, da poterlo applicare piu quà, & piu là per detto cartone, & seruircene in piu luoghi. Ordinate queste cose stabiliscasi un punto, o nel mezo di detto cartone, o in altro luogo secondo che daremo principio a disegnare detta Prouincia, o da un luogo che sia nel mezo, o da un luogo che fusse da vna testa, o da un lato vicino a confini: Et per venire allo esempio dicasi che lo stabilito punto sia il campanile di S. Reparata doue stemmo a fare la prima operatione; applichisi la bussoletta di cartone col suo centro al detto punto, e poi si tiri la linea fra tramontana & mezo dì a dirittura, ricorderemoci che notammo da parte, nella prima nostra operatione, che haueuamo trouato il palazzo de Pitti a gradi 24. fra mezo dì & ponente, perilche posta vna testa del regolo al centro di questa bussoletta, andremo con l'altra a trouare li detti 24. gradi fra mezo dì & ponente, & tireremo vna linea senza inchiostro, alla fine della quale in lato che non impedisca il campo, scriuerremo il suo nome, cioè Palazzo de Pitti; ricorderemoci ancora che vedemmo la torre de gli Alessandri a gradi 55. fra tramontana & leuante: & il palazzo di sua Eccellenza Illustrissima a gradi 10. tra mezo dì & leuante, Monte olieto a gradi 81. fra mezo dì & ponente. Beluedere a gradi 66. fra mezo dì & ponente, Bello sguardo a gradi 53. fra mezo dì & ponente, la Petraia a gradi 14. fra tramontana & ponente, Fiesole a gradi 40. fra tramontana & ponente, il Caualiere, ouer Bastion di S. Giorgio a gradi 3. fra mezo dì & ponente, da quali gradi si debbon a ciascuno disperse tirare le loro linee, secondo che ci darà il centro della bussoletta di cartone & il grado luogo per luogo, & notarle con i lor nomi, talche haremo di già le dirittura di detti luoghi della prima operatione. Trasferimmoci dipoi per la seconda operatione al palazzo de Pitti, & saliti al secondo

finestrato

finestrato posta la bussola su lo angolo verso Arno della facciata dinanzi, quiui facemmo la seconda operatione. Et però lieuisi la bussoletta di sul cartone di quel luogo che ci ha seruito per il campanile alla prima operatione, & trasportisi su per la linea della veduta del palazzo de Pitti presso, o lontano, a nostra commodità, ad un punto determinato che ci serua per il canto, o angolo del palazzo de Pitti alla seconda operatione, & accomodisi di maniera che tirando la linea da tramontana a mezo dì, sia paralella & ugualmente lontana dalla altra che tirammo per la prima operatione. Collocata la bussoletta in questa maniera vedremo che il campanile di S. Reparata, batterà ancor esso fra tramõtana & leuante a gradi 24. luogo o grado a punto opposito alla prima operatione, nella quale stãdo sul campanile di S. Reparata uedemmo il palazzo de Pitti a gradi 24. fra mezo dì & ponente. Et però in questo luogo non occorre tirare altra linea perche il centro della bussola serue per il palazzo de Pitti. Fatto questo ricorderemoci che nella seconda operatione uedemmo la torre de gli Alessandri a gradi 47. fra tramontana & leuante, & però tirisi una linea che passando dal centro della bussoletta per detti gradi 47. vadia ad interscecare la linea di detta torre delli Alessandri della prima operatione, et doue occorre detta intersecatione quiui sarà il luogo di detta torre. Ricorderemoci ancora che in questa secõda operatione trouãmo il palazzo di S. Eccellenza Illustrissima a gradi 37. fra tramontana & leuante. Monte oliueto a gradi 74. fra tramontana & ponente. Beluedere a gradi 89. fra tramontana & ponente. Bello sguardo a gradi 73. fra mezo dì & ponente, la Petraia a gradi 5. fra tramontana & ponente. Fiesole a gradi 27. fra tramontana & leuante, il Caualiere di S. Giorgio a gradi 59. fra mezo dì & leuante, & però tirinsi le lor linee che dal centro della bussoletta & da gradi di ciascun luogo uadino ad intersegare

segare le linee, della prima operatione & nelle intersecationi che fanno dette linee si ponghino i luoghi loro come ne disegni si puo vedere. Et auuertiscasi che se per sorte accadessi, come tal uolta occorre, che nell'una operatione & nell'altra ci uenisse per dirittura alcun luogo, che non sappessino doue collocarcelo, o piu inanzi, o piu indietro per detta linea, bisogna trasferirsi in un terzo luogo a far la terza operatione per detto luogo, come per esempio se nella linea, che è fra il campanile et i Pitti fussi anco il Mercato Nuouo, talche non sapessimo doue collocarcelo, trasferiremoci con la nostra bussola a Monte oliueto, & posto lo ago alla dirittura della tramontana vedremo che ci darebbe detto Mercato Nuouo a gradi 86. fra tramontana & leuante, tireremo adunque vna linea da Monte olitueto per detti gradi 86. & doue ella intersechera la linea tirata infra il campanile & il palazzo de Pitti quiui sarà il luogo di Mercato Nuouo come per maggiore dichiaratione si uedra nel disegno che segue.


MEZODI
MEZODI
MEZODI
B. DI S. GIORGIO
BEL LO SGVARDO
BELVEDERE
M. VLIVETO
P. DI LA VLA
T. DELLI ALESSANDRI
FIESOLE
PETRAIA
TRAMONTANA
TRAMONTANA
TRAMONTANA

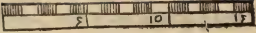
Come si possa mettere in carta una Pronincia sapute le distanzie di luoghi. Cap. III.

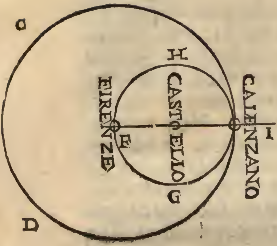
SI COME *mediante il Cap. passato ci bisognaua hauere due linee di positioni, o di uedute cosi per operare in questo altro modo, ci bisogna sapere le distantie diritte di qual si voglia luogo, che saranno infra esso & duoi altri luoghi. Faccisi adunque primieramente una scala delle miglia a nostro piacimento, pigliando una lunghezza condecente alla carta in che vogliamo descriuere detta Prouincia. Dipoi ponghinsi in detta carta le due prime terre, castella, o luoghi doue uorremo, secondo le lor distantie, et per il terzo luogo, o terra bisogna saper la distantia che è fra i duoi primi et questo terzo, & pigliando con le seste, nella scala delle miglia la distantia che è fra questo terzo luogo, & uno de già posti prima fermisi un piè delle seste nel primo luogo, & con l'altro tirisi un cerchio, dipoi piglisi l'altra distantia delle miglia nella scala, & posto un piè delle seste nel secondo luogo tirisi un'altro cerchio; questi duoi cerchi, o si interfecheranno insieme in duoi punti, o si toccherãno in un punto solo se si toccheranno solamente in un punto, quello sarà il termine & il punto del terzo luogo: il qual toccamento ci sarà piu chiaro se dal centro dell'un cerchio tirreremo una linea al centro dell'altro. Ma se i detti cerchi si interfecheranno in duoi lati auuertiscasi che il detto terzo castello sarà in una delle due interfecationi, perilche considerisi se detto terzo castello viene in su la destra, o in su la sinistra delli duoi già prima posti, & pongasi su la interfecation che viene, o destra, o sinistra. Seruaci per esempio che la scala sia di 15. miglia* A B, *io porrò primieramente Firenze, & sapendo che la bella villa di Castello di S. Eccell. Illustrißima, è lontana da Firenze per tre miglia e mezo,*

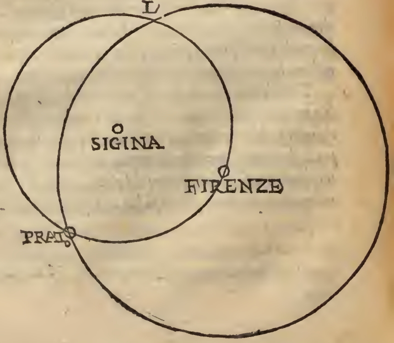
piglio

piglio la distantia di tre miglia e mezo nella scala, et fermo un piede in Firenze, fo con l'altro un punto che serue per detta villa di Castel lo: dipoi per porre Calenzano sapendo che da Firenze a Calenzano sono sette miglia, piglio nella scala la distantia di sette miglia, & fer mo un piè delle seste in Firenze, fo con l'altro un cerchio quale, è C D E, *il simile fo della villa di Castello, prese le* 3 $\frac{1}{2}$. *miglia nella scala & tenendo un piè delle seste fermo in Castello, fo uno altro cerchio* F H G, *questi duoi cerchi si toccano in un lato solo, & detto tocca= mento, è incerto & però tiro una linea da centro a centro, & dico che Calenzano, è nel punto del toccamento* I. *Ma se haueßimo uo luto vedere doue haueßimo a porre posto Firenze, Prato & Signa sapendo che da Firenze a Prato sono* 10. *miglia fatto la apertura di* 10. *miglia con le seste nella scala, tirreremo un cerchio, fermo in pie= de in Firenze, & dipoi preso lo spazio che è fra Firenze & Signa, che sono sette miglia & fatto vn cerchio dal punto di già preso per Signa, fo vno altro cerchio il quale interseca il primo i duoi punti* K, & L, *et perche io so che Signa, è su la man sinistra di Firenze guar dando verso Prato, dico Prato hauere ad porsi nel punto* K, *que= sto modo è facilißimo, ogni volta che o per mare, o per terra noi ha= ueßimo la uera notitia delle miglia da luogo a luogo.*

Non uò mancare di dire che questo modo passato se bene, è faci= le a metterlo in atto, saputo che haremo le miglia de luoghi, non è pe rò molto fedele, mediante la inegualità delle miglia, nõ andando sem pre le strade per linee rette da luogo a luogo, ma torte in verso piu la ti secondo il caso, ò la occasione del paese, & però è di neceßità che nel metterlo poi in atto faccia su la carta qualche varietà.


5
10
15


C
H
FIRENZE
CASTELLO
CALENZANO
F
I
G
D

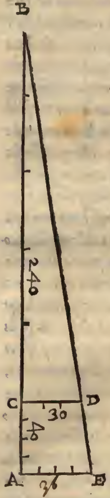

L
SIGINA
FIRENZE
PRATO

Come si truoui una distantia di un luogo e sia quanto si uoglia lontano. Cap. IIII.

ANCORA *che il medesimo si sia insegnato nel terzo cap. et nel quarto del primo libro nõ mi pare fuor di proposito replicare in questo luogo un modo di trouare le distanze atteso quanto sia necessario per porre le regioni in carta, & che molte volte accaggia nõ hauer seco instrumẽto alcuno cõ che pigliare si possino dette distantie diritte; però siami concesso il poterlo quasi che replicare in questo luogo ancorche si varij qualche cosa da modi detti. Seruaci per esempio che sia un castello del quale vogliamo saper la distantia, arrecheremoci in un campo largo et spazzato per il quale possiamo andare inanzi e indietro, & tornare ancora a nostro piacimento, & se bene non sarà piano non importa molto. Quindi presa la veduta del castello accosteremoci per linea diritta ad esso castello dal luogo prima determito, per 35. passi & quiui rizzisi in terra fitta a piõbo una asta, la quale chiamaremo* C, *il castello da vedersi* B, *& il nostro primo luogo oue ci ponemmo* A. *Fatto questo discosteremoci dal* C, *in su la mano ritta ad angolo a squadra della dirittura* A B, *per 26. passi, et in questo luogo porremo una seconda asta, la quale chiamaremo* D, *doue uasi porre per terza asta* A *se bene non si è detto prima, & partendoci da essa douemmo discostarsi ad angolo a squadra verso la man destra tanto che la veduta dello occhio nostro passando per la seconda asta* D, *arriui al castello da misurarsi, & quiui poni un 4. termine, o asta che sia* E, *misurisi dipoi, o con braccia, o cõ canne quãte le siano infra* C *&* D, *prima & seconda asta, & ponghinsi da parte il numero di questa prima lontananza misurisi dipoi quante braccia sono infra* C *&* A, *la quale chiamaremo lontananza secõda*

& por=

& porremo da parte anco questo suo numero, ultimamente misurisi la terza lontananza, cioè infra A *&* E, *&* *ponghinsi da parte ancora le sue braccia. Traggasi dipoi la prima lontananza dalla terza, & quel che ce ne resterà diuenterà il nostro partitore. Multiplichisi dipoi la terza lontananza per la seconda, & quel che ce ne resulta partasi per il partitore, & quel che ce ne verrà sarà la dirittißima distantia infra* A *&* B, *cioè fra la terza asta & il castello. Dicesi adunque che essendoci discostati dal* C, *ad* D, *per* 26. *paßi, che sono braccia* 30. *in circa, che poco o niente posson variare di questo. Et dal* C A, *per* 40. *braccia, & dalla* A E, *per braccia* 36. *traggasi il* 30. *dal* 36. *et ce ne resterà il partitore, che sarà* 6. *multiplichisi dipoi il* 40. *p* 36. *& ce ne verrà* 1440. *il qual multiplicato partito per* 6. *ci darà braccia* 240 *che è la uera diritta lontananza infra* A *&* B, *& è chiarißimo che questo modo è certißimo ogni uolta che nel discostarsi per lato dalla prima veduta & seconda, ce ne discosteremo ad angoli retti, così l'una uolta come l'altra, ma credo bene che senza un quadrante, o altro instrumento simile, difficilißimamente potremo discostarcene ad angoli a squadra, & quanto maggiore fusse detto quadrāte,*



tanta

tanta piu giusta sarebbe la operatione, ma mostrisi la figura p maggiore dichiaratione. Non è dubio che chi cõsidererà diligentemente potrà conietturare che questo medesimo si può fare con il quadrante come si fece nello operare che si insegnò nel primo libro, & che pocο di sopra si è allegato, modo insegnato dal Perurbachio, & dallo Orontio & da altri, ma auuertiscasi che quanto maggiori, si pigheranno le distantie fra asta & asta, tanto piu giusta tornera la operatione, la quale non vorrebbe passare però molta gran lontananza si per la Piccolezza della scala altimetra descritta nel quadrante, & si per la acutezza de razi della veduta, che non è possibile che nõ uadino in qualche cosa variando, ma parendomi che nel primo libro se ne sia parlato a bastanza uò por fine a questo ragionamento.

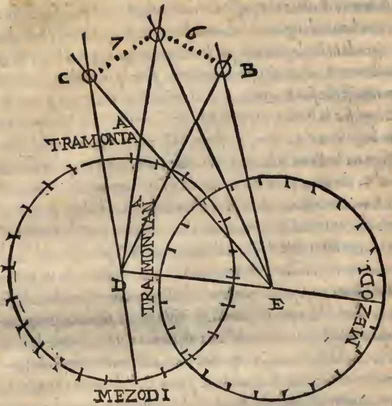
Come ueduti dua, o tre luoghi si posino giustamente trouare le loro distantie, mediante le linee & gli angoli delle positioni, ancorche non ci trouasimo in alcuno di detti luoghi: & come si possa disegnare una Prouincia senza la bussola ritta, & senza l'osseruatione della tramontana. Cap. V.

PER trouare la vera distantia di 3. o 4. luoghi andrencene con la bussola in una campagna, & non attendendo alle regioni del cielo uolteremo vno de suoi diametri, cioè quello che ua da tramõtana a mezo dì ad vno de luoghi da misurarsi, et sia qual si uoglia, dipoi uoltisi la linda (stando ferma la bussola) a tutti i luoghi che vorremo misurare. Et notinsi i gradi, & i nomi de luoghi, secondo che si accostano, o discostano dal detto diametro dalla bussola, & il luogo ancora doue disegneremo stare alla seconda operatione, & secondo che già si disse

nel

nel secondo capitolo di questo libro, ponghinsi con la bussoletta di c tr tone, in carta dette linee. Trasferiremoci dipoi in quel luogo doue vorremo stare per la seconda operatione, che sia un 300. braccia, o piu lontano, per la dirittura nõdimeno del luogo disegnato per la detta seconda operatione, & volteremo la bussola che con il suo diametro, che passa da tramontana a mezo dì, guardi verso il luogo della prima operatione, & veggasi doue battono, cioè a quanti gradi le linee delle cose, o luoghi che vedesti nella prima operatione, in questa operation seconda, & notinsi i nomi & i gradi da parte. Fatto questo pongasi la bussoletta di cartone su la carta che vorremo che serua a descriuere tal Regione, talmente che il suo diametro che passa da tramontana a mezo dì vadia a trouare, il luogo della prima operatione, & di quiui si tirino le linee della veduta, o positione di questa secõda operatione, & doue elle intersecheranno le altre a lor simili, cioè de medesimi luoghi & nomi della prima operatione, quiui sarà i termini & le positure di detti luoghi. Misurinsi dipoi quante braccia sono dal luogo della prima operatione a luogo della seconda, perche mediante queste misure troueremmo le misure de gli altri luoghi in questo modo. Diuidasi la linea che è fra un centro & l'altro della prima & seconda operatione in quante parti noi vorremo, & secondo queste parti, misurinsi le distantie che son poi fra luogo & luogo. Multiplichisi dipoi quelle tali parti che sono infra i duoi luoghi, per la lontananza che è fra le due operationi, & quel che ce ne viene partasi per le parti delle operationi, & haremo la vera distantia de luoghi. & il simile si faccia delli altri luoghi, ma perche si è parlato alquanto scuramente, vengasi allo esempio per facilitare la cosa. Siano tre luoghi A B C, de quali noi uogliamo sapere le distantie fra l'uno & l'altro, senza hauerci a trasferire in alcuno di essi, io porrò la nostra bussola nel punto D, talmente che il dia=

il diametro di detta che passa da tramontana a mezo dì sia volto al C, non hauendo riguardo alcuno alle regioni, o parti del Cielo dipoi volgendo la linda guardisi per le mire il luogo A, & il luogo B, & similmente E, doue disegneremo stare a fare la seconda operatione, & trouisi che fra C, & A, sono 20. gradi, & fra C, & B, ne sono 40. & fra la linea C D, & la E, ne sono 110. Piglisi dipoi la nostra bussoletta di cartone, & fermisi sopra il cartone nel qual si ha a disegnare la Prouincia, & tirisi la linea dal centro D, primieramente al C, che serue per il diametro che è fra tramontana & mezo dì, & hauendo trouato che A, era 20. gradi lontana dalla linea C D, tirisi da detti gradi & centro una linea che sarà D F, la quale passa per A, & dipoi tirisi la linea de 40. gradi D B, per insino al G, ultimamente tirisi la linea di 110. gradi D E, per insino alla H, giu per questa linea poi si ponga vn centro lontano quanto si uoglia, che sarà E, doue si ha a por di nuouo la bussola per la seconda operatione, la qual ponghiamo che sia in vna distantia dal D, di 300. braccia, & volta la bussoletta di cartone, che con il suo diametro che ua da tramontana a mezo dì, guardisi il punto D, della prima operatione, dipoi si uolta il regolo dal E, al C, che si allontanaua per 40. gradi, & quiui si tiri vna linea che interseca detto C, passando per detti 40. gradi, tirisi poi la A, che è a 60. gradi, & B alli 75. li quali linee diuidono tutte le linee della prima operatione. Fatto questo diuidasi la linea D E, con le seste in dieci parti uguali, mediante le quali parti misurinsi le distantie tra luogo & luogo, & dico per la regola delle tre cose, se 10. mi da 300. & 10. ha fra B & A, sei di quelle parti che D E, è 10. che mi darà 6. è chiaro che mi darà 180. ilche è la vera distantia infra A B, & in questo medesimo modo sapremo le distantie fra A C, D C, D A, D B, C B, E C, E A, et E B, & questo è il terzo modo da disegnare una prouincia, facilissimo piu



di tutti gli altri, conciosia che non si ha bisogno se non d un cerchio di uiso in 360. gradi con la linda, non ci fa mestiero di bussola ritta, o in piano, non di osseruatione di tramontana, nõ di longitudine, o latitudine, nõ di distantie de luoghi, & è tanto certo & chiaro modo che serue per 200. 300. & 400. miglia, senza alcuno errore, o differentia notabile, pur che lo occhio ci serua, & si faccino come si è detto 2. operationi da duoi luoghi, tal che le cose ci venghino sempre vedute due volte, & in questa maniera si puo disegnare Città, Castella, Torri, Nascite, Suolte, o Sboccamenti di fiumi, Liti, Porti & qual si voglia sorte di luoghi, o siti.

Come

Come si possa descriuere una Regione, o Prouincia, sapendo le distantie, & li angoli delle positioni. Cap. VI.

QVESTO *ultimo quarto modo è molto facile, ma si ha bisogno di due cose prima di sapere le distantie; & poi trouare le linee delle positioni; le quali cose quando haremo sapute mediante le cose di già insegnate. Piglisi la bussoletta di cartone, & applichisi secondo il luogo donde si ha a cominciare in sul cartone, cioè se il luogo sarà nel mezo della Regione, o Prouincia, pongasi detta busoletta di cartone nel mezo del cartone; & se altrimenti pongasi secondo che ricerca il bisogno. Fatto questo tirinsi le linee delle diritture, o positioni, in quel modo che già si è insegnato. Fatto questo faccisi una scala delle miglia secondo la grandezza della carta doue vogliamo disegnare detta Prouincia; & da questa scala piglinsi le distantie, cioè la quantità delle miglia; & trasportinsi dal centro donde si tirarono le dirittture fino alla quantità che si sarà presa luogo per luogo in dette diritture & se fatto una prima operatione, ci piacerà di andare a fare la seconda, applichisi la bussoletta di cartone ad uno de luoghi già descritti, uoltandola talmente che tramontana corrisponda a tramontana, & mezo giorno a mezo giorno, & sieno ugnalmente discosto, cioè paralello l'un diametro allo altro, & dell'altre cose, operisi come già si è detto. Seruaci per esempio che il primo luogo sia* A, *& i luoghi allo intorno siano* B C D. *Discostisi* B, *da mezo dì inuerso ponente per* 30. *gradi, &* C, *da ponente verso tramontana per uenti gradi, &* D, *da leuante verso mezo dì, per* 10. *gradi, & infra* B, *&* A, *siano tre miglia, & infra* C, *&* A, *quattro; & infra* D A, *cinque, io applico la bussoletta di cartone alla* A, *& tiro linee*

A B, A C, & A D, *secondo i loro gradi, dipoi piglio con le seste la quantità delle miglia luogo per luogo. & trasporto nelle loro linee. Trasferiscomi dipoi nel luogo* D, *intorno al quale sono duoi luoghi* E & F, & *la detta* E, *si discosta da leuante uerso mezo dì, per* 20. *gradi,* & F, *da mezo dì, in ponente per duoi,* & E, *è lontana da* D, *per sei miglia,* & F, *per sette. Pongo adunque la bussoletta di cartone nel centro* D, *talmente che la sua linea della meridiana, sia parallella alla meridiana della prima positura, & poi tiro le linee* D E, & D F, *secondo i loro detti gradi, dipoi piglio le distantie delle lor miglia nella scala,* & *le trasporto nelle loro linee, & cosi haremo dato fine a quattro modi del mettere le prouincie in carta, che promettemmo nel principio di questo quarto libro, nel qual non ci resta a dire altro se non aduertire chi legge, che questo modo del descriuere le prouincie non è molto fedele, mediante la disugualità delle miglia, & piegamenti delle strade, i quali modi se perauuentura non piacessino a qualcuno, ricordisi che Genma Frisio, & molti altri hanno usato dire, che se Tolomeo risuscititasse non saprebbe ne potrebbe dare regole migliori per descriuere le regioni, in piano, & per dichiaratione maggiore delle cose dette ueggasi la figura che segue.*


5
10
15


PONENTE
C
B
A
MEZODI
TRAMONTA.
A
PONENTE
F
D
MEZO DI
LEVANTE
TRAMONTA.
A
E
LEVANTE



Non uoglio lasciare indietro la commodità della bussola ritta nel pigliare le distantie, perciochè quando noi fussimo con essa in alcun luogo di Firenze, et voltassimo la linda della bussola piana alla ueduta di Peretola, et volessimo notare la distãtia delle dirітture mediãte la bussola ritta, guardisi a quãti gradi della bussola ritta si vede per le mire della sua linda, che ponghiamo che sia per modo di parlare cinque gradi della quarta da mezo dì, a leuante, notisi poi che a sei gradi di detta quarta, ci darà uno spazio a dirittura, & per modo di dire fra Peretola & Campi di quattro miglia, et dipoi a sette, ci darà uno spazio di cinque miglia, tanto che di già da cinque a sei, et da sei a sette gradi, ci harà fatto una differentia di un miglio per grado, ueggasi dipoi vn'altro grado piu inanzi, et ci darà forse vna differentia di dua miglia, con la qual regola delle differentie, si potrà procedere in infinito,

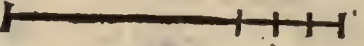
infinito, crescendo sempre di grado in grado quel che li tocca. Ma auuertiscasi che questa regola non serue in tutti i luoghi ne in tutte le altezze, anzi bisogna sempre in ogni luogo doue ci trouerremo, fare questa scala delle differentie che ci darà l'un grado dall'altro, concio sia che tali differentie, si vanno variando, secondo le altezze nelle quali ci trouerremo a fare le operationi, o piu alte, o piu basse, da luoghi che vorremo misurare per porre in disegno, & eccone lo esempio in disegno, troppo piccolo inuero a queste minutie, ma serua per suegliare lo ingegno di chi legge.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVINTO.

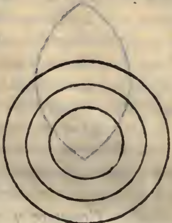
POI che io ho presa la fatica di giouare a molti che non hanno notitia della lingua greca, o latina, nel mettere in questa nostra materna lingua Fiorentina le cose dello Orontio, & di alcuni altri attenenti alle misure come per lo adietro si è dimostro, non voglio recusare ancora questa altra fatica di mettere nella medesima lingua quelle dimande, concettioni, o propositioni di Euclide, che sono state, ne capitoli de libri passati, piu volte da me citate, accioche coloro che vorranno piu esattamente vedere in fonte la ragione delle cose dette, possino satiare lo animo loro, & godersi di queste mie fatiche, emmi parso metterle da parte tutte insieme, & non luogo per luogo doue le sono citate per non confondere gli animi di coloro che volessino solamente attendere alla pratica dello operare a' quali basterà forse le cose dette insino a qui. Ma per satisfare alli studiosi ho voluto che le si possino uedere in questa lingua tutte insieme. Satisfaccisi dunque ciascuno di quel che piu li piace, & contentisi per hora, solamente di quelle che io ho messe in questo libro insieme, per dichiaratione delle cose passate, non essendo stato mia intentione di voler tradurre come molti forse desidererrebbono Euclide: ma di voler solamente

tradure quella parte che mi è parsa necessaria per rendere ragione delle cose insegnate ne passati libri. Ma per non consumare piu tempo che ci bisogni nelle parole cominceremo a dire che le dimande di Euclide sono cinque, delle quali ci bisogna far mentione.



Dimanda prima.

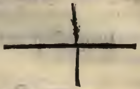
COncedasi che da qual si uoglia pũnto si possa tirare una linea diritta ad uno altro pũnto, & che ella si possa tirare lunga a diritto quanto ci piace.



Dimanda II.

COncedasi che daqual si uoglia pũto si possa tirare un cerchio, che occupi quanto spazio ci piace.

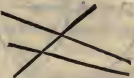
Dimanda III.



COncedasi che tutti gli angoli retti sieno fra loro uguali.

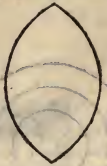
Dimanda IIII.

COncedasi che se una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, & che i duoi angoli da una bãda sieno minori di duoi angoli retti, che sia chiaro che le dette due linee tirandole a dilungo si congiugneranno insieme.



Dimanda V.

Concedasi che due linee diritte non possono conchiudere alcuna superficie.



Le concettioni dello animo quanto ad Euclide sono otto ma due solamente son quelle delle quali ci habbiamo da servire.

Concetto dello animo I.

Quelle cose che sono uguali ad una & medesima cosa, sono ancora fra loro uguali.

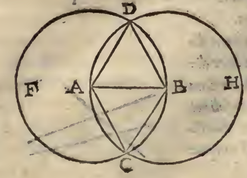
Concetto II.

Se si aggiungon cose uguali alle uguale ogni cosa sarà uguale.

Concetto VIII. del I. di Euclide.

Se alcuna cosa si porrà sopra di un'altra & si applicherà a quella, & l'una non auanzerà l'altra, elle saranno fra loro uguali.

Proposta prima del primo libro di Euclide.



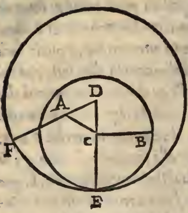
Stabilire un triăgolo di lati uguali, sopra una linea diritta propostaci. Sia la propostaci linea diritta A B, *sopra della quale io uoglio stabilire un triangolo di lati uguali. Pongasi un piè delle seste sopra una de le sue*

le sue teste, cioè nel punto A, & con l'altro girisi un cerchio per quanto è la lunghezza di detta linea che passera per il punto B, come ne insegnò la seconda dimanda: Il qual cerchio sarà C B D F, dipoi faccisi centro del punto B, & girisi uno altro cerchio, il quale sarà C A D H, questi duoi cerchi si interscheranno in duoi lati, cioè nel punto C, & nel punto D, da una delle quali intersecatione, cioè dal D, tirerò due linee D A, & D B, secondo la regola della prima dimanda. Hora perche dal punto A, che è centro del cerchio C B D, si son tirate le linee A D, & A B, fino alla sua circunferentia, esse saranno di necessità uguali mediante la diffinitione del cerchio, la quale dice. Il cerchio è una figura piana fatta da una linea, che si chiama Circunferentia, nel mezo della quale è un punto, dal quale tutte le linee diritte che si partono & vanno fino alla circunferentia sono uguali l'una all'altra, & il suo punto del mezo si chiama centro. Similmente ancora perche dal punto B, che è centro del cerchio C A D, si son tirate le linee B A, & B D, insino alla sua circunferentia, elle saranno uguali; Et perche l'una & l'altra, cioè A D, & B D, è di per sè uguale alla linea A B, come si è già prouato, saranno ancora infra di loro uguali, mediante la regola della prima cõcettione, o vogliamo dir la concetto dello animo. Perilche habbiamo in questo modo collocato, o stabilito sopra la propostaci linea diritta un triangolo di lati uguali come ci fu proposto.

Proposta seconda di Euclide.

Tirare da un dato punto intorno a una linea diritta propostaci, una linea diritta che le sia uguale. Sia il dato punto A, & B C, la linea propostaci, se noi vorremo dal punto A, tirare una linea uguale alla B C, dal qual si voglia parte che ci occorra, tirisi una linea che congiunga la A, con quella testa della B C, che ci occorrera

 piu

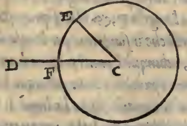


piu oportuna, ma dicasi che la congiungnamo con la testa C, & *che questa linea sia* A C, *faccisi poi sopra di questa linea* A C, *un triãgolo di lati uguale; come nella passata proposta si è detto, il qual sarà* A C D. *Pongasi dipoi un piè fermo delle seste nella testa della data linea* C, & *tirisi un cerchio per quanto è detta linea, il qual cerchio sarà* E B *dipoi allunghisi il lato del triangolo, che è rincontro al dato punto, dal cẽtro di questo cerchio per insino alla sua circunferentia, talche la linea cosi tirata sia tutta* D C E, *faccisi poi secondo la lunghezza di questa linea un'altro cerchio fatto centro del* D, *il qual cerchio sarà* E F, & *tirisi poi il lato* D A, *per insino alla circunferentia di questo ultimo cerchio, al punto* F, *dico adunque che* A F, *è uguale alla* B C, *concio sia che* B C, & C E, *sono uguali come quelle che si partono dal centro del cerchio* E B, & *vanno insino alla sua circunferentia. Similmente ancora* D F, & D E, *sono uguali perche partendosi dal centro del cerchio* E F, *vanno per insino alla sua circunferentia. Dipoi considerisi che* D A, & D C, *sono uguali, conciosia che ei sono lati di un triangolo che è di lati uguali. Perilche se la* D A, & *la* D C, *si torranno via dalla* D E, & *dalla* D F, *che sono uguali, quelle che rimarranno che saranno* A F, & C E, *saranno ancora esse uguali. Et perche l'una & l'altra, cioè* A F, & C B, *è dispersè uguale alla* C E, *è di necessità che sieno ancora uguali infra di loro. Per la qual cosa si uede che noi habbiam tirata dal punto* A, *una linea* A F, *uguale alla* B C, *come ci fu proposto.*

Proposta

Proposta terza.

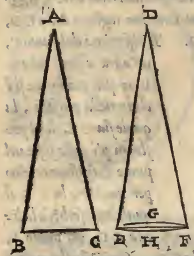
PRoposteci due linee disuguali, tagliare la piu lunga di esse, tanto che ella diuenti uguale alla piu corta. Siano due linee A B, & C D, & sia la A B, la minore, se noi vorremo tagliare della C D, tanto che ella diuenti uguale alla A B. Tirisi prima dal punto C, un'altra uguale alla A B, in quel modo che si è detto nella passata, la quale sia C E, dipoi posto un piè delle seste nel punto C, tirisi un cerchio per quanto è la C E, il quale interseccherà la linea C D, nel punto F, perilche la linea C F, sarà uguale alla C E. Conciosia che partendosi amendue da un medesimo centro vanno per insino alla circunferentia di un medesimo cerchio, oltra di questo perche l'una & l'altra, cioè A B, & F C, sono uguali alla C E, è di necessità che elle sia no ancora uguali infra di loro, che è quello ci era proposto.



Proposta quarta.

DI quali si uogliono duoi triãgoli, l'un de quali habbi duoi de suoi lati, uguali a duoi lati dell'altro: et che i duoi angoli causati da lati uguali siano fra loro uguali è di necessità che gli altri lati che si risguardanò, siano fra loro uguali et che gli altri duoi angoli del uno siano uguali, a duoi angoli dell'altro; & che tutto il triangolo finalmente sia uguale all'altro triangolo. Siano duoi triangoli A B C, & D E F, & il lato A B, sia uguale al lato D E, & il lato A C, al lato D F, & lo angolo A, all'angolo D, dicesi che la basa B C, è uguale alla basa E F, & l'angolo B, all'angolo E, et l'angolo C, all'angolo F, ilche

ilche si proua in questo modo. Pongasi il triangolo A B C, *sopra il triangolo* D E F, *in modo che l'angolo* A, *caschi su l'angolo* D, *& il*

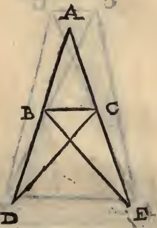


lato A B, *sopra il lato* D E, *& il lato* A C, *sopra il* D F, *egli è manifesto secondo lo ottauo concetto, che ne gli angoli ne i lati, non si auanzano l'un l'altro, pche l'angolo* A, *è uguale a l'angolo* D, *& i lati soprapposti a quelli che li son sotto, per le cose dette, adunque i punti* B C, *cadranno sopra i punti* E F. *Se adunque la linea* B C, *cade sopra la linea* E F, *egli è chiaro quel che cercauamo: perche quãdo la linea* B C, *posta sopra la* E F, *non auanza & non è auanzata da lei, ella le sarà uguale secondo lo ottauo concetto. Per la medesima ragione sarà lo angolo* B, *uguale allo angolo* E, *& l'angolo* C, *uguale allo* F. *Ma se la linea* B C, *non cadessi sopra la linea* E F, *ma cadessi dentro al triangolo come la* E G F, *o fuori come la* E H F, *auuerrebbe che due linee diritte serrerebbono albora una superficie, ilche è impossibile secondo la quinta dimanda di Euclide.*

Proposta quinta.

DI ogni triãgolo che habbi duoi lati uguali, è di necessità che gli angoli che sono sopra la basa sieno uguali, et se i suoi lati uguali si tirerãno oltre a dilungo, causerãno ancor sotto la basa angoli fra loro uguali. Sia il triangolo A B C, *che habbi duoi lati uguali, cioè lo* A B, *uguale allo* A C, *dicesi che l'angolo* A B C, *è uguale allo* A C B, *& se si allungheranno* A B, *&* A C, *per insino al* D, *& alla* E, *si farà lo angolo* D B C, *uguale all'angolo* E C B, *ilche si proua in questo*

sto modo. Tirinsi oltre le A B, & A C, *et pongasi per terza la* A D, *uguale alla* A E, *et tirinsi le linee* E B, & D C, *et percio intendinsi duoi triangoli* A B E, & A C D, *i quali si prouerrà che sono uguali et di lati & di angoli. Conciosia che i duoi lati* A B, & A E, *del triangolo* A B E, *sono uguali a duoi lati* A C, & A D, *del triangolo* A C D, *et l'angolo* A, *è commune all'uno et al l'altro, perilche secondo la quarta la basa* B E, *è uguale alla basa* C D, & *lo angolo* A B E, *è uguale all'angolo* A C D. *Intendinsi medesimamente duoi triangoli* D B C, & E C B, *i quali si prouerrà medesimamente che sono et di lati et di angoli uguali. Conciosia che i duoi lati* D B, & D C, *del triangolo* B D C, *sono uguali a duoi lati* E C, & E B, *del triangolo* E B C, *et lo angolo* D, *è uguale all'angolo* E, *perilche secondo la quarta, la basa alla basa, & gli altri angoli a gli altri angoli, perilche lo angolo* D B C, *è uguale all'angolo* E C B, *il che è quel che fa a nostro proposito che gli angoli, cioè sotto la basa sono uguali. Oltra di questo lo angolo* B C D, *è uguale all'angolo* E C B, & *tutto lo angolo* A B E, *e uguale allo angolo* A C D, *come si prouò di sopra, perilche l'altro angolo* A B C, *è uguale all'altro* A C B, *l'uno et l'altro de quali è sopra la basa, il che è quello che si cercaua.*



Proposta settima.

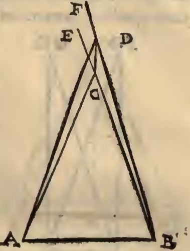
SE *da duoi punti che terminano alcuna linea usciranno duoi linee che si uadino a congiugnere insieme in un punto, egli è impossibile tirare uerso la medesima banda da medesimi punti, due altre linee,*

simili

ſimili che ſi vadino a congiugnere in un altro punto. Sia la linea A B, *dalle teſte della quale tirinſi inuerſo vna delle bande due linee talmente che ſi uadino a congiugnere inſieme in un medeſimo punto, cioè* A C, *&* B C, *che ſi congiunghino nel punto* C, *diceſi che uerſo queſta medeſima banda non ſi poſſono tirare due linee da quelle teſte medeſime che vadino a cõgiugnerſi in vno altro punto, talmẽte che quella che eſce dal punto* A, *ſia uguale alla* A C, *& quella che eſce dal pũto* B, *ſia uguale alla* B C. *Seruaci per eſempio dello impoſsibile, & tirinſi dua altre linee dalla medeſima parte, le quali ſi congiunghino nel punto* D, *& dicaſi che la linea* A D, *ſia uguale alla* A C, *& la* B D, *ſia uguale alla* B C, *ei ci auuerà che il punto* D, *ſarà, o dentro, o fuori al triangolo, concioſia che in vno de lati non puo cadere, percioche ſe queſto fuſſi, la parte ſarebbe uguale al tutto, ma ſe ei cadrà fuori del triangolo, o vna delle linee* A D, *&* B D, *interſecherà una delle linee* A C, *&* B C, *o neſſuna di queſte ultime non interſecherà alcuna delle prime: ma diaſi prima lo eſempio che l'una interſechi l'altra, & tiriſi la linea* C D, *adunque perche i duoi lati del triãgolo* A C D, *cioè* A C, *&* A D, *ſono uguali, lo angolo* A C D, *ſarà uguale all'angolo* A D C, *ſecondo la quinta. Et ſimilmente perche i duoi lati* B C, *&* B D, *del triangolo* B C D, *ſono uguali, gli angoli* B C D, *&* B D C, *ſaranno ſecõdo la medeſima ancora uguali. Et perche lo angolo* B D C, *è maggiore dell'angolo* A D C, *ne ſeguita che lo angolo* B C D, *ſia maggiore dell'angolo* A C D, *la parte, cioè*

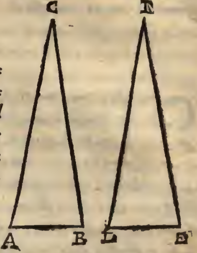


maggiore del tutto ilche è impoßibile. Ma se nel cadere il D, *fuori del triangolo* A B C, *non si interſecherà alcuna linea, tirisi la* D C, *& allunghinsi* B D, *&* B C, *sotto la baſa ſino alla* E, *&* F, *percioche le linee* A D, *&* A C, *ſono uguali, ſaranno ancora gli angoli* A C D, *et* A D C, *per la quinta uguali. Et ſimilmente perche* B C, *&* B D, *ſono uguali, gli angoli ancora ſotto la baſa* C D F, *&* D C E, *ſaranno per la ſeconda parte della detta uguali. Et perche lo angolo* E C D, *è minore dello angolo* A C D, *ne ſeguita lo angolo* F D C, *eſſer minore dell'angolo* A D C, *ilche è impoßibile, &*



in queſto modo medeſimo s'indurrebbe lo auuerſario allo inconueniente, quando il punto D, *cadeſſe dentro al triangolo* A B C.

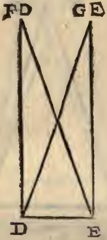
Propoſta ottaua.



D*I quali ſi voglino duoi triangoli, de quali i duoi lati dell'uno ſiano uguali a duoi lati dell'altro, & la baſa dell'uno ſia uguale alla baſa dell'altro, è di neceßità che i duoi angoli cauſati da lati uguali, ſieno ancor eßi uguali.*

Siano duoi triangoli A B C, *&* D E F, *et lo* A C, *ſia uguale al* D F,

& il B C, uguale allo E F, & lo A B, al D E, dicesi lo angolo C, esser uguale all'angolo F, & l'angolo A, all'angolo D, & l'angolo B, all'angolo E. Mettasi la basa A B, sopra la basa D E, le quali essendo uguali non auanzeranno l'una l'altra secondo lo ottauo concetto dell'animo, & il punto C, cadrà sopra il punto F, o no, se ei ui cadrà perche l'angolo C, posto sopra l'angolo F, non auanza & non è auanzato, ei sono infra di loro uguali secondo il concetto ottauo, & il medesimo si potrà dire de gli altri angoli. Ma se il punto C, non cadrà sopra il punto F, ma sopra qual si voglia altro, come sarebbe il G, perche la E G, è uguale al B C, anzi la medesima; sarà medesimamente D G, uguale al A C, & E G, al E F, & D G, al D F, ilche secondo la settima è impossibile.

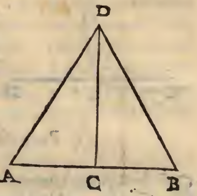


Proposta XI.

COme data vna linea diritta, si possa sopra di essa tirare da un suo determinato punto, vna linea a piombo, la quale causi da amendue le bande duoi angoli a squadra & uguali.

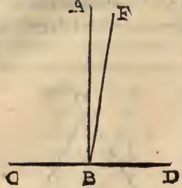
Sia la data linea A B, nella quale sia determinato il punto C, al quale ci bisogni tirare una linea a piombo. Faccisi la linea B C, mediante la terza proposta uguale alla A C, & sopra tutta la A B, faccisi vn triangolo di lati uguali che sia A B D, & da esso si tiri la linea C D, dico che ella è a piombo sopra la A B, considerisi che ei sono

ſono duoi triangoli A C D, *&* B C D, *perche dunque i duoi lati* A C *&* C D, *del triangolo* A C D, *ſono uguali a duoi lati* C B, *&* C D, *del triangolo* C B D, *& la baſa* A D, *alla baſa* B D, *ſarà mediante la ottaua lo angolo* A C D, *uguale al= l'angolo* B C D, *perilche l'uno & l'altro ſarà retto ſecondo la diffini= tione dell'angolo retto & la linea* C D, *ſarà a piombo ſopra la* A B, *ſe= conda la diffinitione della linea a piombo che dice, la linea a piombo è quella che ſta ſopra ad vna linea, ſopra della quale ella è poſta, & che da ogni banda fa angoli retti, ſi che habbiamo prouato quello ci eramo propoſto.*



Propoſitione XIII.

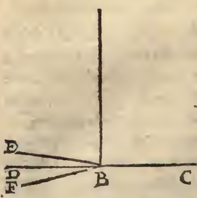
I *Duoi angoli da amendue le bande di qual ſi voglia linea diritta che caſchi ſopra vna altra linea diritta ſono, o retti, o uguali a duoi retti. Sia che la linea diritta* A B, *caſchi ſopra la linea diritta* C D, *diceſi che ſe ella vi cadrà ſu a piombo; cauſerà duoi angoli a ſquadra, ſecondo la diffinitione della linea a piombo già detta. Ma ſe ella non vi cadrà ſopra a piombo, tiriſi dal punto* B, *la* B E, *a piombo ſopra la* C D, *ſecondo la vndecima, & ſaranno i duoi an goli* E B C, *&* E B D, *retti ſecondo la diffinitione, perche adunque i duoi angoli* D B A, *&* A B E, *ſon uguali all'angolo* D B E, *ei ſaran no con l'angolo* C B E, *uguali a duoi retti. Perilche i tre angoli* D B A, A B E, *&* C B E, *ſono uguali a duoi retti. Et perche lo*



angolo C B A, *è uguale a duoi angoli* C B E, & E B A, *i duoi angoli, adunque* C B A, & A B D, *sono uguali a duoi retti, che è quello ci fu proposto, perilche è manifesto, che ogni spazio che si troua in qual si voglia superfitie piana intorno a qual si voglia pũto è uguale a quattro angoli retti.*

Proposta XIIII.

SE due linee si partiranno da un punto di una linea, & andranno in parti contrarie, & faranno intorno a loro angoli retti, o duoi simili a duoi retti, egli è di necessità che le sieno congiunte insieme, et diuentate una linea sola. Auuenga che dal punto B, *della linea* A B, *eschino due linee una in quà & l'altra in là, che sieno* B C, & B D, *& causino duoi angoli, come* C B A, & D B A, *uguali a duoi retti, dicesi che le linee* C B, & D B, *sono ad una dirittura, & in un filo, cioè diuentate una linea sola, & questa è la contraria della passata. E t se ci fusse detto che non fusse vero tiri questo tale la* C B, *a dirittura et a dilungo, la quale se nõ sarà una medesima con la* D B, *o ella le passerà di sopra come la* B E, *ouero di sotto come la* B F, *pche adũque la linea*



la linea A B, *cade sopra la linea diritta* C B E, *gli angoli* C B A, & E B A, *saranno uguali secondo la passata a duoi retti, & perche tutti gli angoli retti sono scambieuolmente uguali secondo la terza dimãda, gli angoli ancora* C B A, *et* D B A, *sono uguali a duoi retti et per le ragion dette, saranno i dua angoli* C B A, & F B A, *uguali a dua angoli* C B A, *et* D B A, *adunque tolto via lo angolo comune* C B A, *sarà lo angolo* E B A, *uguale all'angolo* D B A, *la parte al suo tutto, il che è impoßibile. Similmente per la linea* C B, *tirata a lungo, si prouerrà l'angolo* D B A, *essere uguale all'angolo* F B A, *se perauuentura lo auuersario dicesse che la linea* C B, *tirata a dilungo cadesse sotto la* B D.

Proposta XV.

D*I quali si uoglino due linee che si interſechino inſieme, tutti gli angoli che le cauſano contrari l'uno a l'altro, cioè di rincontro ſono uguali. Onde è manifeſto che due linee diritte che ſi interſechino ſcambieuolmente l'una l'altra, cauſano angoli uguali a quattro retti. Siano due linee* A B, & C D, *che ſi interſechino l'una l'altra nel punto* E, *dico che lo angolo* D E B, *è uguale all'angolo* A E C, & *che lo angolo* B E C, *è uguale all'angolo* A E D, *et ſecondo la terzadecima, i duoi angoli* A E C, & C E B, *ſaranno uguali a duoi retti. Et i duoi*

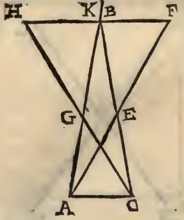


angoli ancora C F B, & D E B, *per la medeſima ſono uguali a duoi retti, perilche i duoi primi ſono uguali a duoi ultimi, percioche tutti i retti*

i retti sono fra loro scambieuolmente uguali, secondo la terza diman da, tolto adunque via lo angolo comune che è il C F B, *lo angolo* A E C, *sarà uguale all'angolo* D E B. *Et nel medesimo modo si prouerà lo angolo* C E B, *esser uguale all'angolo* A E D, *che è quel che ci eramo proposto.*

Proposta XVI.

SE qual si voglia lato di un triangolo si tirerà diritto a dilungo, causerà lo angolo di fuori maggiore, che l'uno & l'altro angolo del triangolo, che di dentro li è a rincontro. Occorra che il lato A B, *del triangolo* A B C, *si tiri a dilungo sino al* D, *dicesi che lo angolo* D B C, *è maggiore dell'uno & dell'altro de duoi angoli di dētro che li sono dirincontro che sono* B A C, *&* B C A, *conciosia che diuiden dosi la linea* C B, *nel pūto* E, *in due parti uguali tirandosi* A E, *insino a* F, *talche* E F, *sia uguale alla* A E, *& tirādosi ancora la* F B, *si potranno intendere duoi triāgoli* C E A, *et* B E F. *Et perche i duoi lati* A E, *&* E C, *del triangolo* A E C, *sono uguali a duoi lati* F E, *&* E B, *del triangolo* F E B, *et lo angolo* E, *dell'uno è uguale all'angolo* E, *dell'altro, secondo quel si è detto, perche ei sono angoli posti contro l'un l'altro,*

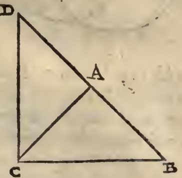


sarà lo angolo E C A, *secondo la quarta uguale all'angolo* E B F. *Et però lo angolo* E B D, *sarà maggiore dello angolo* B C A. *Prouerrassi ancora per la medesima ragione che egli è maggiore dell'angolo* C A B.

C A B. *Imperoche diuidasi* A B, *con un punto in due parti uguali al punto* G, *secondo la decima; & tirisi oltre la* G H, *uguale alla* C G, *secondo la terza. Tirisi dipoi* H B K, *& saranno i duoi lati* A G, *et* G C, *del primo de duoi triangoli* A G C, *&* B G H, *uguali a duoi lati* B G, *&* G H, *del altro, & lo angolo* G, *dell'uno, all'angolo* G, *dell'altro secondo la quintadecima, adunque per la quarta lo angolo* G A C, *è uguale all'angolo* G B H, *perilche secõdo la quintadecima, all'angolo ancora* K B D. *Et perche lo angolo* C B D, *è maggiore dell'angolo* K B D, *sarà ancora maggiore dell'angolo* B A C, *che è quello che cercauamo.*

Proposta X X.

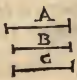
I *Duoi lati di qual si voglia triangolo congiunti insieme son maggiori dell'altro. Sia il triangolo* A B C, *dico che i duoi lati* A B, *et* A C, *sono piu lunghi del lato* B C, *all'unghinsi la linea* B A, *per insino al* D, *talmente che la* A D, *sia uguale alla* A C, *& tirinsi* C D, *secondo la quinta, lo angolo* A C D, *sarà uguale all'angolo* D, *perilche lo angolo* B C D, *è maggiore dell'angolo* D. *Adunque per la diciottesima, che si dice (il lato piu lungo di qual si uoglia triangolo è posto rincontro all'angolo maggiore) il lato* B D, *è maggiore del lato* B C, *ma* B D, *è uguale ad* A B, *&* A C, *perilche* B A, *&* A E, *congiunti insieme sono maggiori del lato* B C, *che fu quello che da principio ci proponemmo.*

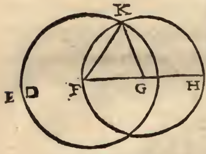


Proposta

Propoſta XXII.

DAto che ci ſiano propoſte tre linee diritte, due delle quali, & ſiano quali ſi voglino congiunte inſieme, ſiano piu lunghe che l'altra come ſi poſſa ſtabilre vn triangolo di tre altre linee ſimili a quelle. Sianoci propoſte tre linee diritte A B C, *& ſiano due di loro quali ſi voglino, congiunte inſieme piu lunghe che l'altra. Perciòche ſarebbe impoſsibile fare di quelle tre linee uguali un triangolo ſecondo la uẽteſima. Quando adunque noi vorremo ſtabilire vn triangolo delle tre dette linee, pigliſi una linea diritta che ſia* D E, *alla quale dalla parte* E, *nõ ſi aſſegna fine determinato di queſta poi pigliſine ſecõdo la terza propoſta, la* D F, *uguale alla* A, & F G, *uguale al* B, & G H, *uguale al* C, *& fatto centro del punto* F, *tiriſi un cerchio p quanto è la* F D, *che ſia* D K. *Et dipoi fatto centro del* G, *facciſi p quanto è la* G H, *il cerchio* K H, *che ſi interſecheranno in duoi punti che vno ſarà* K, *altrimenti ne ſeguirebbe che una delle dette linee fuſſe uguale all'altre due congiunte inſieme, o maggiori di eſſe, che è il contrario di quel ci ſiamo propoſto. Tirinſi adunque* K F, & K G, & *ſarà fatto il triãgolo* K F G, *di tre linee uguali alle propoſteci* A B C, *perche* F D, & F K, *ſono uguali, concioſia che le uanno dal lor centro alla circunferentia, perilche* F K, *è uguale alla* A, & G H, & G K, *ſono uguali, perche le vanno dal centro alla circunferentia, perilche*

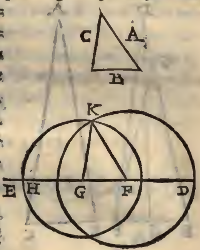




perilche G K, *è uguale al* C. *Et perche* G F, *fu presa uguale al* B, *è manifesto quel che cercauamo.*

Proposta XXIII.

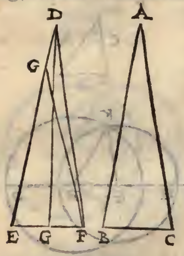
C*Ome propostaci una linea diritta, si possa sopra uno de suoi termini, stabilire un angolo uguale a qual altro si uoglia propostoci angolo. Sia la proposta linea* F E; *& le linee che fammo l'angolo propostoci, siano* B A, *sotto al quale angolo tirisi la basa* C, *& vorrei sopra il punto* F, *della linea* E F, *si facesse un angolo uguale al propostoci. Aggiunghisi alla* E F, *la* E D, *uguale alla* A, *& detta* F E, *piglisi la* F G, *uguale al* B, *& di* G E, *piglisi* G H, *uguale al* C. *Et se da punti* F G, *si tiri in duo cerchi* D K, *&* K H, *per quanto son la* F D, *&* G H, *che si intersecheranno nel punto* K, *come si insegnò nella passata, & tirate le linee* K F, *et* K G, *i duoi lati* K F, *&* F G, *del triangolo* K F G, *saranno uguali a duoi lati* A, *&* B, *del triangolo* A B C, *& la basa* G K, *sarà uguale alla basa* C, *adunque secondo la ottaua, lo angolo* K F G, *sarà uguale all'angolo che fanno la* A, *et il* B, *che è quel che cercauamo.*



Proposta XXVI.

D*I quali si uoglino duoi triangoli, de quali i duoi angoli dell'uno saranno uguali a duoi angoli dell'altro, ciascun però a quel che*

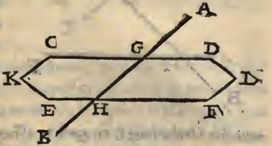
li è a rincontro, & il lato ancora dell'uno uguale al lato dell'altro, et sia qual si voglia infra i duoi angoli uguali, o rincontro ad vno di loro, saranno ancora gli altri duoi lati dell'uno uguali a gli altri duoi lati dell'altro, & ciascuno però ugualmẽte à quel che li è a rincõtro, & l'altro angolo dell'uno sarà uguale all'altro angolo dell'altro. *Siano duoi triangoli* A B C, *&* D E F, *& lo angolo* B, *sia uguale a l'angolo* E, *et lo angolo* C, *uguale all'angolo* F, *et sia il lato* B C, *uguale al lato* E F, *o uno de gli altri duoi lati* A B, *et* A C, *uguale all'altro de duoi lati* D E, *&* D F, *talmente che* A B, *sia uguale al* D E, *ò* A C, *al* D F, *dicesi che gli altri duoi lati dell'uno saranno uguali a gli altri duoi lati dell'altro, et che l'altro angolo sarà uguale all'altro angolo, cioè* A, *a* D. *Pongasi primieramẽte che il lato* B C, *sopra il quale sono adiacere gl'angoli* B C, *sia uguale al lato* E F, *sopra del quale giaciono gli angoli* E F, *quali si disse che erano uguali all'angoli* B C. *Io dirò albora che il lato* A B, *è uguale al lato* D E, *& il lato* A C, *ad* D F, *& l'angolo* A *ad* D. *Et se il lato* A B, *non sarà uguale al lato* D E, *l'uno de duoi sarà maggiore. Ponghiamo che sia maggior il* D E, *il quale toglisi alla grandezza & ugualità di* A B, *& sia per via di dire* G E, *uguale ad* A B, *& tirisi oltre la linea* G F, *& sarà secondo la quarta lo angolo* G F E, *uguale all'angolo* A C B, *perilche sarà ancora al* D F E C, *cioè la parte al tutto, ilche è impossibile. Sarà adunque* D E, *uguale alla* A B, *adunque per la quarta,* D F, *sarà uguale al* A C, *& l'angolo* D, *all'angolo* A,



lo A, che è il primo mẽbro della propostaci diuisione. Siano di nuouo duoi angoli come prima B, & C, uguali a dua angoli E, & F, & sia il lato A B, che è rincontro all'angolo C, uguale al lato D E, che è rincontro all'angolo F, uguale al quale dicemmo che era lo angolo C, dico che il lato B C, sarà uguale al lato E F, & il lato A C, al lato D F, & lo angolo A, all'angolo D, che se il lato E F, non fusse ugua le al lato B C, sarà vno de duoi maggiore. Pongasi che sia maggiore E F, & che E G, sia uguale al B C, & tirisi la linea D G, sarà per la quarta, lo angolo D G E, uguale all'angolo A C B, perilche all'angolo ancora D F E, cioè il di fuori a quel di dentro, ilche è impossibile mediante la sedicesima, perilche la E F, sarà uguale alla B C, adunque per la quarta, il lato D F, sarà uguale al lato A C, & lo angolo D, all'angolo A, che è il secondo membro della propostaci diuisione, la onde il tutto ci è manifesto.

Proposta XXVII.

SE una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, et causerà duoi angoli corrispondentisi, che sieno fra loro uguali quelle due linee saranno fra loro paralelle.

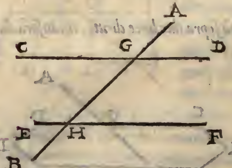


Auuenga che la linea A B, caschi su le due C D, & E F, & interſechi la C D, nel punto G, & la E F, nel punto H, & sia lo angolo D G H, uguale all'angolo E H G, dicesi che le linee C D, & E F, sono paralelle, & se elle non saranno, andranno a

congiugnersi insieme, dalla parte C E, *al punto* K, *o dalla parte* D F, *al punto* L, *&* *in qual si voglia modo accadrà lo impossile secondo la sestadecima, cioè che l'angolo di fuori sia uguale all'angolo di dentro, conciosia che uno de detti corrispondentisi che si è detto che sono uguali, sarà di fuori & l'altro di dentro. Adunque perche egli è impossibile che elle si vadino ad unire insieme da alcuna delle bande, saranno veramente secondo la diffinitione paralelle, che è quel che ci eramo proposto.*

Proposta XXVIII.

SE una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, et l'angolo suo di dentro sarà uguale all'angolo di fuori che gli è a rincontro, o i duoi angoli di dentro da una banda saranno uguali ad dua angoli retti quelle due linee saranno paralelle. Sia una linea A B, *che interseschi le due linee* C D, *&* E F, *ne puti* G, *&* H, *et l'angolo* G, *di fuori sia uguale all'angolo* H, *di dentro che gli è a rincontro, preso dalla medesima banda, ouero i duoi angoli* G, *&* H, *di dentro presi dalla medesima bāda sieno uguali a duoi retti, dicesi le due linee* C D, *&* E F, *essere paralelle, sia primieramente lo angolo* D G A, *uguale allo* F H G, *&* *sarà l'angolo* C G H, *secōdo la quindicesima, uguale al medesimo angolo* F H G, *perilche secondo la ventisettesima* C D, *&* E F, *sono paralelle siano ancora*

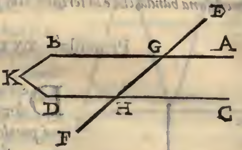


i duoi

i duoi angoli D G H, & F H G, *uguali a duoi retti, & perche per la tredicesima i duoi angoli* D G H, & C G H, *sono similmente uguali a duoi retti, lo angolo* C G H, *sarà uguale all'angolo* F H, *la onde per la passata* C D, & E F, *saranno paralelle, che è quello che cercauamo.*

Proposta XXIX.

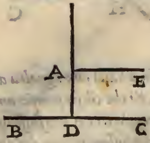
SE una linea cadrà sopra due linee paralelle i duoi angoli respettiuamente corrispondentisi saranno fra loro uguali, & lo angolo di fuori sarà uguale all'angolo di dentro che li è dirincontro, et i duoi angoli di dentro dall una parte, et dalla altra saranno uguali a duoi retti. Siano due linee A B, & C D, paralelle sopra le quali caschi la linea E F, che le intersechi ne punti G, & H, dico tre cose, la prima che gli angoli G, & H, corrispondentisi sono uguali, secondariamente che lo angolo G, di fuori è uguale all'angolo H, di dẽtro postoli a rincontro, & preso dalla medesima banda; & per terza dico che gli angoli



G, & H, di dentro presi da una medesima bãda sono uguali a duoi retti, che è la contraria delle due passate, Et che ciò sia primieramente vero si vede in questo modo. Se lo angolo B G H, non fusse uguale all'angolo C H G, uno di loro è forza che fusse maggiore dell'altro, pongasi che C H G, sia maggiore, & perche i duoi angoli C H G, & G H D, sono uguali a duoi retti, secondo la già allegata tredicesima i duoi angoli B G H, & D H G, sarãno minori di duoi retti, adũque

per la quarta dimanda se le due linee A B, & C D, *si tireranno ol= tre si congiugneranno insieme nelle parti* B, & D, *a qualche punto, come è al* K, & *non saranno adunque secondo la loro diffinitione pa ralelle, che sarà contro al propostoci argomento,* & *perche questo è impossibile saranno i duoi angoli corrispondentisi* B G H, & C H G *uguali, che è quel che da prima ci proponemmo, Da questo è mani festo quel che secondariamente si disse, percioche lo angolo* B G H, *secondo la quintadecima è uguale all'angolo* A G E, *perilche lo an= golo* A G E, *sarà uguale all'angolo* C H G, *il di fuori, cioè a quel di dentro, che fu la seconda cosa che ci proponemmo, da questo di nuo= uo si vede manifesto quel che occorra dire per la terza cosa, concio= sia che secondo la tredicesima, i duoi angoli* A G E, & A G H, *so= no uguali a duoi retti, adunque i duoi angoli* A G H, & C H G, *sa= ranno ancor essi uguali a duoi retti, che sono i duoi di dentro presi da la medesima banda, che è la terza cosa che si propose.*

Proposta XXXI.



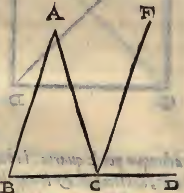
D*A un punto propostoci fuori di vna linea, tirare vna li= nea paralella alla già propostaci li= nea. Il punto propostoci fuori di una linea si intende, quãdo tirando vna linea da amendue le bande nõ passa per esso. Sia il punto* A, *pro= postoci fuori della linea* B C, *dalqua le bisogni tirare vna paralella alla* B C, *tirisi la linea* A D, *in qualunque modo occorra sopra il punto* A, *che è la estremità della linea* A D, & *faccisi lo angolo* E A D,

secondo

ſecondo la ventitreeſima, uguale all'angolo B D A, ſuo corriſpondente, & ſarà A E, peralella alla B C, per la ventiſetteſima, che è quello ci proponemmo.

Propoſta XXXII.

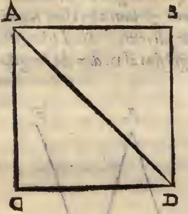
Ogni angolo di fuori di qual ſi uoglia triangolo è uguale a duoi angoli di dentro poſtoli a rincontro, & tutti a tre i ſuoi angoli è di neceſſità che ſieno uguali a dua angoli retti. Sia il triangolo A B C, il lato B C, del quale ſi prolunghi ſino al D, dico che l'angolo C, di fuori è uguale a duoi angoli di dentro A, & B, poſtoli a rincontro congiunti inſieme, & che i tre angoli del triangolo A B C, congiunti inſieme ſono uguali a duoi retti. Io prolungherò dal punto C, il lato C F, paralello ad A B, & lo angolo F C A, ſarà uguale all'angolo A, conciosia che ſono corriſpondentiſi ſecondo la prima parte della ventinoueſima. Et lo angolo F C D, di fuori, è uguale all'angolo B, di dentro ſecondo la ſeconda parte della ventinoueſima, perilche tutto la A C D, di fuori è uguale a duoi angoli di dentro A, & B, che li ſono a rincontro, che è quanto alla prima coſa detta di ſopra. Et perche i duoi angoli A C B, & A C D, ſono uguali a duoi retti ſecondo la trediceſima ſaranno i tre angoli A B C, di dentro uguali a duoi retti, che è quel che ſecondariamente ci occorreua.



Propoſta

Proposta XXXIII.

SE nelle teste, ouero alle estremità di due linee paralelle, et grandi a un modo si applicheranno due altre linee, elle saranno ancora paralelle & uguali. *Siano due linee* A B, *&* C D, *uguali & paralelle, le teste delle quali si congiunghino insieme con le linee* A C, *&* B D, *dicesi che le sono uguali & paralelle. Percioche tirisi la linea schianciana* A D, *adunque, perche le linee* A B, *&* C D, *sono paralelle, l'angolo* B A D, *sarà uguale all'angolo* A D C, *secondo la prima parte della uentinouesima, peril che i duoi lati* A B, *&* A D, *del triangolo* A B D, *saranno uguali a duoi lati* D C, *&* D A, *del triangolo* D C A. *Et lo angolo* A, *del primo sarà uguale all'angolo* D, *del secondo*



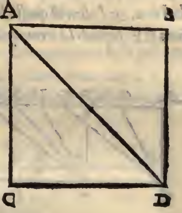
adunque per la quarta, la basa B D, *del primo, è uguale alla basa* A C, *del secondo, & lo angolo* A B D, *del primo, è uguale all'angolo* D A C, *del secondo. Et perche ei sono corrispondentisi, cioè l'un come l'altro, le linee* B D, *&* A C, *saranno mediante la uentisettesima; paralelle perilche essendosi di sopra prouato, che elle sono ancho uguali è chiaro quel che cercauamo.*

Proposta XXXIIII.

OGni superficie fatta di lati paralelli, ha le linee et gli angoli di ricontro uguali diuidendola un diametro, o schianciana per mezo.

Sia

Sia la superficie A B C D, *fatta di lati paralelli, talche la linea* A B, *sia parimente lontana dalla* C D, *&* A C, *dalla* B D, *dicesi che le due linee* A B, *&* C D, *et le due altre ancora* A C, *&* B D, *sono uguali. Et similmente si dice l'angolo* A, *essere uguale all'angolo* D, *& l'angolo* B, *all'angolo* C. *Tirisi la schianciana* A D, *la quale diuiderà questa superficie per mezo, & essendo* A B, *&* C D, *parimente lontane, adunque gli angoli* B A D, *&* C D A, *che sono corrispondentisi saranno per la ventinouesima uguali, & perche* A C, *&* D B, *sono ancora paralelle, gli angoli ancora* C A D, *&* B D A, *che sono corrispõdentisi saranno ancor essi uguali. Intendinsi duoi triangoli* A D B, *&* D A C, *pche i duoi angoli* A, *et* D, *del triangolo* A B D, *sono uguali a dua angoli* A, *&* D, *del triangolo* D A C, *& il lato*

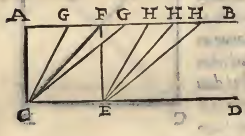


A D, *sopra il quale giaciono quelli angoli è comune nell'uno & nell'altro triangolo sarà secondo la ventiseesima, il lato* A B, *uguale al lato* C D, *& il lato* A C, *al lato* B D, *et l'angolo* B, *all'angolo* C, *et perche l'angolo* A, *intero, è chiaro che è uguale all'angolo intero* D, *secondo il secondo concetto di Euclide, egli è manifesto quel che andauamo cercando.*

Proposta XXXV.

TVtte le superficie di lati paralelli fatte sopra vna medesima basa, & poste in esse linee corrispondentesi sono uguali. Siano due linee A B, *et* C D, *paralelle infra le quali faccisi la superficie*

A C F E, *di lati paralelli sopra la basa* C E, *dipoi sopra la medesima basa, & infra le medesime linee faccisi un'altra superficie* G C H E, *di lati pur paralelli, dicesi le due dette superficie essere uguali, ilchè prouerremo in questo modo, o la linea* C G, *intersecherà la linea* A B, *in qualche punto della linea* A F, *o nel punto* F, *o in alcun punto della linea* B F, *dicasi che primieramente intersechi la* A F, *nel punto* G, *come si uede nella prima figura, o dimostratione. Hora perche l'una, & l'altra di queste linee, cioè* A F, & G H, *è uguale alla linea* C E, *secondo la trentaquattresima, cioè la passata le saranno ancora uguali l'una alla altra, leuata adunque via la linea* F G, *commune, ci rimarrà* A G, *uguale alla* F H. *Et perche secondo la quarantasettesima,* A C, *di nuouo è uguale ad* E F, & *l'angolo* H F E, *è uguale*

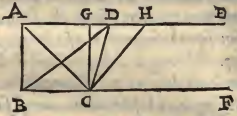


all'angolo G A C, *come si prouò nella uentinouesima, cioè il di fuori a quel di dentro, il triangolo* A C G, *sarà secondo la quarta, uguale al triangolo* F E H, *adunque aggiunta la figura irregolare di quattro lati, cioè la* G C F E, *a l'una & l'altra, la superficie* A C F E, *sarà uguale alla superficie* G C H E, *che è quello ci proponemmo. Intersechi hora la linea* C G, *la* A B, *nel punto* F, *come si uede nella seconda figura i duoi triangoli* A C F, & F E H, *saranno secondo il primo modo di argomentare uguali, perilche aggiuntili da ogni banda il triangolo* F C E, *ce ne auerrà quello ci erauamo proposto. Intersechi la linea* C G, *nel terzo modo la* A B, *infra i duoi punti* F B *come si uede nella terza figura; & uerrà a intersecare la* F E, *nel*

punto K, *& perche secondo il primo modo di argomentare la linea* A F, *è uguale alla* G H, *diuentata la* G F, *comune, sarà la* A G, *uguale alla* F H, *& il triangolo* A G C, *uguale al triangolo* F E H, *aggiunto adunque all'uno & all'altro il triangolo* C K E, *& tratto dall'uno & dall'altro* F K G, *sarà la superficie* A C F E, *uguale alla superficie* G C H E, *che è quello ci erauamo proposto.*

Proposta XXXVII.

T*Vtti i triangoli che si fanno sopra una medesima basa, & infra due linee paralelle, sono uguali. Siano duoi triangoli* A B C, *&* D B C, *fatti sopra le base* B C, *& infra le due linee paralelle* A E, *&* B F, *dicesi che ei sono uguali. Tirisi* C G, *paralella ad* A B, *&* C H, *paralella a* D B, *saranno le due superficie* A B C G, *&* D B C H, *uguali secondo la trẽtacinquesima. Et perche i detti triangoli sono la*

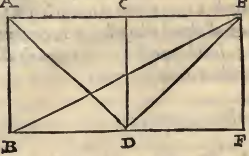


metà delle dette superficie secondo la trentaquatresima, ei saranno fra loro uguali, secondo la comun sententia, che dice, di quelle cose che il tutto è uguale, la metà ancora è uguale, & così è manifesto quel che andauamo cercando.

Proposta XLI.

S*E un quadro & un triangolo saranno fatti sopra una medesima basa, & infra le medesime linee corrispondentisi & confor=*

mi, egli è di necessità che il quadro sia per il doppio del triangolo.



Sia il quadro A B C D, *et il triangolo* E B D, *sopra la basa* B D, *&* *infra le linee* A E, *&* B D, *che siano paralelle; di cesi il quadro essere per il doppio del triangolo. Tirisi nel quadro la schi anciana* A D, *&* *causerà il triangolo* A B D, *il quale per la trentaquattresima, sarà p la metà del quadro. Et perche il triangolo* E B D, *è uguale alla* A B D *secondo la trentasettesima, è manifesto il triangolo* E B D, *esser per la metà del quadro* A B C D, *che è quel che ci eramo proposto. Puossi ancora prouare il simile, che se il quadro & il triangolo sarãno fatti sopra base uguali, et infra linee paralelle, sarà il quadro per il doppio del triangolo, ilche non si curò di dire Euclide, perche mediante le cose dette era pur assai manifesto. Diuidasi il quadro in duoi triangoli con la schianciana, ouero si facci un triangolo sopra la basa del quadro infra due linee paralelle, & vedrassi il quadro per il doppio del triangolo che è quel si cercaua.*

Proposta XLV.

COme di vna propostaci linea si facci un quadro. Sia la linea A B, *da farne un quadrato, tirinsi dalle sue teste le linee* A C, *&* B D, *secondo la vndecima, che uenghino a piombo alla* A B, *che saranno per la ventiottesima paralelle, & ponghinsi amendue secondo la tredicesima, uguale alla detta* A B, *& tirisi la linea* C D,

& sarà

& sarà uguale & paralella alla A B, *secondo la trentatreesima, hora perche l'uno & l'altro delli angoli* A, *&* B, *è retto, saranno ancora retti* C, *&* D, *secondo l'ultima parte della ventinouesima. Adunque secondo la diffinitione,* A B C D, *è il quadrato che ci proponemo. Il medesimo si puo vedere altrimenti ancora, sia la* A C, *a piombo sopra la linea* A B, *secondo la undecima, & siali come prima uguale & tirisi secondo la trentunesima del punto* C, C D, *paralella ad* A B, *& uguale ad essa, & tirisi la linea* D B, *che secondo la trentatreesima, sarà uguale & paralella alla* A C, *& tutti gli angoli saranno retti, seconda la ultima parte della ventinouesima, haremo adunque secondo la diffinitione, quel tanto ci erauamo proposto.*

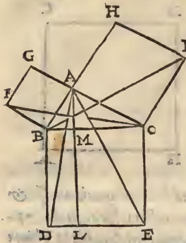


Proposta XLVI.

Quel quadrato che si fa del lato che è rincontro all'angolo retto, di qual si uoglia triangolo ad angolo retto, è uguale a duoi quadrati che si fanno di amendue gli altri suoi lati. Sia il triangolo A B C, *che habbia per angolo retto lo* A, *dicesi che il quadrato che si farà di* B C, *sarà uguale a duoi quadrati, che si faranno dello* A B, *& dello* A C, *insieme. Riquadrinsi questi tre lati secondo la quarantacinquesima, & della* B C, *sia la superficie* B C D E, *& del* A B, *sia la superficie* B F G A, *& dello* A C, *sia la superficie* A C H K. *Tirinsi dall'angolo retto* A, *alla* B E, *basa del quadrato maggiore, tre linee;* A L, *cioè paralella, a l'un & l'altro lato, cioè al* B D, *&*

al C E,

al C E, *la quale interſechi la* B C, *nel punto* M, & *la* A D, & *la* A E. *Tirinſi dipoi da duoi altri angoli del triangolo due linee a duoi angoli de quadrati minori, le quali ſi interſecheranno l'una l'altra dentro al detto triangolo: le quali ſaranno* B K, & C F, & *perche l'uno & l'altro delli angoli* B A C, & B A G, *è retto ſecondo la quatordiceſima, ſarà il* G C, *una linea ſola, et coſi ancora la* B H, *conciosia che l'uno & l'altro de duoi angoli* C A B, & C A H, *è retto: adunque perche il quadrato* B E G A, & *il triãgolo* B F C, *ſono ſopra la medeſima baſa* B E, & *infra due linee paralelle, cioè* E G, & B F, *ſarà il quadrato* B F G A, *ſecõdo la quarãtuneſima, per il doppio del triangolo* B F C. *Et il rriangolo* B F C, *è uguale al triangolo* B A D, *ſecondo la quarta, perche* F D, & B C, *lati del primo, ſono uguali a duoi lati* A B, & B D, *dell'ultimo:* & *l'angolo* B, *dell'ultimo, conciosia che l'uno* & *l'altro, è fatto dell'angolo retto,* & *dello* A B C, *che è comune, adunque il quadro* B F G A, *è per il doppio del triangolo* A B D. *Ma il quadro* B D L M, *è per il doppio del detto triangolo, ſecondo la quaranteſima, conciosia che ei ſono fatti ſopra della medeſima baſa, la quale è* B D, & *infra due linee le quali ſono paralelle, cioè* B D, & A L, *adunque mediante la comune ſententia il quadrato* A B F G, & *il quadrato* B D L M, *ſono uguali, perche le metà loro, cioè i detti triangoli ſono uguali, nel medeſimo modo* & *mediante le medeſime propoſte ſi prouerrà il quadrato* A C H K, *eſſere uguale al quadrato* C E L M, *mediãte i triãgoli* K B C, *et* A E C,

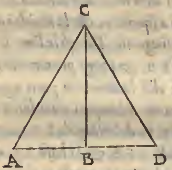


perilche

perilche habbiamo lo intento nostro di quanto ci erauamo proposto.

Proposta XLVII.

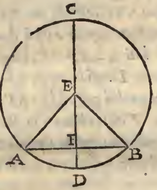
SE quel che ci viene dall'hauer multiplicato un lato del triangolo per se stesso, sarà uguale a duoi quadrati, che saranno descritti da gli altri duoi lati, quell'angolo che è rincontro a quell'altro sarà retto. Multiplicare vna linea per se stessa non è altro, che descriuere il suo quadrato. Sia il triangolo A B C, & del lato A C, sia il quadrato uguale a duoi quadrati de lati A B, & B C, congiunti insieme, Dicesi lo angolo B, incontro al quale è posto il lato A C, esser retto. Tirisi la linea B D, secondo la vndecima a piõbo sopra la B C, che si pose uguale a B A, & tirisi la D C, & sarà secondo la quarantasesima, il quadrato D C, uguale a duoi quadrati delle linee D B, e B C, & perche si pose B D, uguale alla B A, saranno i quadrati delle due linee A B, & B D, uguali, secondo la comune sententia che dice, delle linee uguali, sono i quadrati uguali. Perilche il quadrato D C, sarà uguale al quadrato A C, adunque secondo la comun sententia che dice, quelle linee sono uguali, delle quali sono uguali i quadrati, sarà il C D, uguale allo A C, secondo la ottaua, & lo angolo B del triangolo A B C, sarà retto, che è quello ci erauamo proposto.



Proposta

Proposta III. del III.

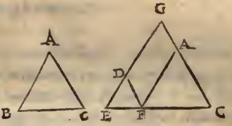
SE una linea dentro ad un cerchio posta fuori del centro sarà intersecata da una altra, che venga del centro in parti uguali, è di necessità che ella ui sia sopra a squadra, et se la ui sarà sopra a squadra, è forza che la diuida in due parti uguali. Auuẽga che la linea A B, posta dentro al cerchio A B C sia intersecata dalla linea E D, che venga dal centro, & la diuida in due parti uguali al punto F. Dicesi che ella la diuide ad angoli retti, et per l'altro uerso diuidendola ad angoli a squadra, ella la diuide ĩ due parti uguali. Tirinsi le linee E A, & E B, & pongo primieramente che ella la diuida in parti uguali saranno adunque i duoi lati E A, & E F, del triangolo E F A, uguali a duoi lati E F, & F B, del triangolo E F B, & la basa A F, alla basa F B, adunque per la ottaua, del primo lo angolo F, dell'uno è uguale all'angolo F, dell'altro, perche l'uno & l'altro è retto. perilche la E F, è a piombo collocata sopra la A B, che è quel che noi cercauamo. Secondariamente io dirò che E F, sia a piombo sopra A B, & mostrerò che ella diuide la A B, in parti uguali. Sarà adunque mediante quello si è posto, l'uno & l'altro di questi angoli, che sono al F, retto, perilche l'uno è uguale all'altro. Ma perche per la quinta del primo, lo angolo E F A, è uguale all'angolo E F B, & il lato E A, uguale al lato E B, secondo la ventiseesima del primo, sarà la linea A F, uguale alla linea F B, che è quello che cercauamo.



Proposta

Proposta IIII. del VI.

DI quali si voglino duoi triangoli, de quali gli angoli dell'uno sie no uguali a gli angoli dell'altro, i lati che sono rincontro a detti angoli sono fra loro proportionali. Siano duoi triangoli A B C, *&* D E F, *di angoli uguali, & l'angolo* A, *sia uguale all'angolo* D, *& il* B, *alla* F, *& il* C, *alla* F, *dicesi che tal proportione è dal* D, *allo* E, *quale è dal* A, *al* B, *& dal* D F, *al* A C, *che dal* E F, *al* B C. *Imperò che ponghinsi questi duoi triangoli sopra vna linea che sia* E C, *talmente che i duoi angoli dell'uno, che saranno sopra questa linea sieno uguali a dua angoli dell'altro che sono sopra la medesima linea: ma non però talmente che l'angolo del mezo dell'uno venga al mezo dell'altro, nell'ultimo dell'uno all'ultimo dell'altro, ma si bene che l'angolo del mezo dell'uno si congiunga in un punto con l'ultimo angolo dell'altro. Et sia la* A F C, *quel medesimo triangolo che fu* A B C, *& perche l'angolo* A F C, *è uguale all'angolo* E, *& lo angolo* D E F, *all'angolo* C, *per la ragion detta, sarà per la prima parte della ventiottesima del primo, la linea* A F, *paralella alla* D E, *& la* D F, *alla* A C, *finischisi dipoi la superficie de lati paralelli, che sarà* G F, *&* G A, *secondo la quarta del primo, sarà vguale alla* D F, *&* G D, *alla* A F, *perche adunque per la seconda del sesto* G A, *corrisponde alla* A C, *come* E F, *alla* E C, *& per la medesima* E F, *ad* F C, *come* E D, *al* D G, *sarà per la settima del quinto,* D F, *alla* A C, *& per la medesima*



E D, *alla* E F, *come* E F, *alla* F C, *che è quel che andauamo cercando.* *Et quì mi piace di por fine alle propositioni di Euclide, che mi paion necessarie per rendere la ragione delle operationi passate, che se hauesse a introdurre in questa operetta tutte le Proposte che dependono l'una dalla altra, o che si chiamano l'una l'altra, sarebbe bisogno di andarsene molto in lungo, ilche sarabbe fuori della intentione mia, che ho cerco solo di dimostrare tali operationi per via di ragione, però contentisi chi leggerà questi scritti di quel che mi è parso per questa opera, necessario solamente & utile.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO SESTO.

Come si truoui la radice quadrata di qual si uoglia numero.

P*ER trouare la Radice quadrata di alcun propostoci numero, mi pare quasi di necessità di dichiarare i nomi de numeri secondo che da piu approuati authori sono stati chiamati, acciochè la varietà di questi nomi non habbia poi a generare confusione nelle menti di coloro, che vorranno mettere le operationi in atto, dico adunque seguendo Orontio, che i numeri semplicemente come numeri, non sono se nõ noue come* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. *conciosia che da questi in su non sono piu numeri semplici, ma sono, o articoli, o cõposti che cosi per lo piu si chiamano, chiamansi questi numeri semplici ancora Diti, et questo dico si per l'uso della pratica da farsi, si p la differentia che è da loro a gli altri, che depẽdono da loro, aggiuntoui il zero, cioè il* 0, *i quali nõ piu diti, ma articoli si chiamano come è* 10. 20. 30. 100. 1000. *&c. Chiamansi ancora numeri composti, ouero mescolati quando due figure, o piu, si mettono insieme, come* 12. 15. 30. 36. 97. 124. 2158. *& successiuamente, il significato delle quali figure è notissimo, però non*

 intendo

intendo di trattarne, bastandomi hauer accennato questo per la necessità che ne habbiamo per saper trouare le radici quadrate, per trouare le quali faccisi primieramente vna Tauola de diti già detti diuidendoli per lo lungo, & per il trauerso con alcune lineetta come in questa figura si vede, & mettendo rincontro ad ogni dito, o vogliam dir numero semplice il multiplicato di se stesso come qui si vede.

Diti quadrati.

1	uie	1 fa	1
2	uie	2	4
3	uie	3	9
4	uie	4	16
5	uie	5	25
6	uie	6	36
7	uie	7	49
8	uie	8	64
9	uie	9	81

Fatto questo habbiamo da sapere che trouare vna radice quadrata nō è altro che discorrendo con la mente, trouare un numero che multiplicato per se stesso ci dia precisamente, qual si voglia numero che ci sia proposto, essendo questo tal proposto ci numero, numero quadrato, ouero ci dia il maggior numero quadrato, che sarà dentro al propostoci numero. Numero quadrato, si chiama quel che ci viene dal multiplicare di alcun numero in se stesso, & Radice quadrata si chiama quel numero che p la multiplicatione di se stesso causa il numero quadrato, per la qual cosa pare che qual si voglia numero, sia radice quadrata di qualche numero; se bene ogni numero non ha radice quadrata: ma quei numeri solamente che sono quadrati; perilche si uede che la radice & il numero quadrato hanno fra di loro vna scambieuole cōuenienza & legamento. Il riquadrare adunque, ouero multiplicare quadratamente alcun numero, è un multiplicare come si è detto qual si uoglia propostoci numero per se stesso, cioè multiplicarlo per

quanti

quanti numeri egli è, o uale, come per eſempio ſe ſi multiplicaſſe 4. per ſe ſteſſo ce ne verrebbe 16. adunque il 16. ſarebbe numero quadrato, & il 4. ſarebbe la radice del 16. Per ilche, pare che il numero quadrato habbia una certa conuenienza & ſimilitudine con il quadrato geometrico; del quale ciaſcun lato ſi chiama la ſua radice quadrata: ilche facilmente ſi può comprendere mediante la infraſcritta figura, fatta a ſimilitudine di una ſuperficie piana quadrata cōpoſta di 16. punti, conciosia che per ogni uerſo ſono quattro punti, i quali annouerandoli per qual ſi voglia uerſo, ſempre ci danno 16. come ſi vede:



ma torniamo al noſtro ragionamento. Propoſtoci adunque qual ſi voglia numero, da volerne cauare la radice quadrata, pongaſi primieramente queſto numero in tal maniera in carta, o in tauola da abbaco, che le ſue figure mediante alcune lineette tirate a piombo ſi ſeparino a due a due, & ſotto di detto numero ſi tirino due linee a trauerſo, fra le quali ſi hanno poi a mettere i diti, o numeri ſemplici come racconteremo. Preparate queſte coſe comincisi la operatione, dal primo numero, cioè dalla man ſtanca in queſto modo conſiderisi la valuta di queſta prima figura del propoſtoci numero, & vadiſi inueſtigando, o eſaminando vno de numeri ſemplici, o vogliamoli dire diti, il quale multiplicato per ſe ſteſſo annichili, o ſpenga eſſa prima figura del propoſtoci numero, o quanta maggior parte puo di eſſa: & pongaſi queſto numero ſemplice, o dito, trouato che lo haremo ſotto detta prima

prima figura, in far le linee che si tirarono a trauerso, ogni volta che il propostoci numero sarà di tante figure, che le sieno in casso: ma se il detto propostoci numero fusse di figure pari, bisogna porre detto dito, ouer numero semplice, sotto la seconda figura del propostoci numero, infra dette linee a trauerso. Fatto questo, multiplichisi detto dito per se stesso, & quel che ce ne viene traggasi dal numero che sopra li corrisponde, notando di sopra il rimanente debitamente se per sorte ve ne occorre; & scancellando quelle figure delle quali ci sarèmo seruiti. Debbesi dipoi raddoppiare questo dito, cioè multiplicarlo per dua, & se quel che ce ne verrà, sarà di due figure, la prima si debbe porre sotto le linee a trauerso, rincontro alla seconda figura del già propostoci numero; & l'altra, rincontro al già detto dito pur di sotto alle linee a trauerso. Ma per maggiore commodità di coloro che non fussino in simil cose esercitati si fece come si è detto la tauola de diti: Et però esaminato il ualore come si disse della prima figura del propostoci numero, entrisi nella destra colonna della tauola, & quiui si vadia al numero piu uicino che si approssima alla prima figura del propostoci numero, conciosia che non sempre si riscontrerà, che sia vno stesso numero, però piglisi il piu uicino, ma il minore, & auuertendo nella colonna sinistra si trouerrà il numero semplice, o vogliam dire dito che si debbe torre, per porlo come si è detto fra l'una & l'altra delle linee che si tiraron a trauerso. Debbesi di nuouo andare ritrouando, o esaminādo con la mente uno altro numero semplice, ouero dito, da metterlo non sotto la figura che segue del propostoci numero: ma sotto l'altra uerso la ritta, infra l'una & l'altra delle linee a trauerso, il quale multiplicato per lo addoppiato numero, della prima radice scancelli primieramente quelle figure che sopra di esso addoppiato numero son rimaste da sinistra; et secondariamente multiplicato in se stesso consumi quelle figure che restaron

restaron sopra esso dito verso la sinistra, ouero la maggior parte che ci puo di loro. Questo dito similmente si addoppi con quel che già si trouò prima, & la ultima figura di quel che ce ne uiene, si metta sotto le linee tirate a trauerso rincontro alla prima che segue del pro postoci numero, & l'altre per ordine verso la sinistra, scancellando ancora il primo numero che ci venne dello addoppiamento della pri ma radice. Questo dito veramente, & dopo il primo tutti li al= tri, che secondo la grandezza del propostoci numero saren costret= ti di trouare, si trouerranno senza molto tedioso discorso in que= sto modo. Diuidasi il numero corrispondente sopra da sinistra a qual si voglia addoppiato numero delle radici, per esso stesso addop= piato numero, che appunto ci occorre. Imperoche il dito procreato da tal diuisione (conciosia che sempre se ne farà dito) viene ad esse= re quello che posto poi con gli altri infra l'una & l'altra delle linee a trauerso, ha da essere la radice quadrata che noi andiam cercando. Il quale se noi vorremo esaminare piu diligentemente, guardisi se quel che auanza alla fatta diuisione, sarà insieme con la figura sotto la quale ha a porre il dito maggiore, almanco uguale al numero, che ci viene dal multiplicare il dito in se stesso: percioche se il dito sa rà minore dello 1.0 al piu del 2. si debbe pigliare il minore, ilche non= dimeno occorre rarissimo. Debbesi ancor di nuouo inuestigar con la mente l'altro dito da porsi non sotto la figura che segue del propo= stoci numero, ma sotto l'altra infra l'una & l'altra delle linee tirate a trauerso; il quale multiplicato prima per tutte le figure dello ad= doppiato numero, & poi in se stesso scancelli con due operationi, tutte le figure che di sopra li corrispondono, o la maggior parte che si puo di loro. Conseguentemente questo dito radicale insieme con i già tro uati, & posti fra le linee a trauerso, si addoppi come è solito, & quel che ci viene di tale addoppiamento si porga sotto per ordine, come

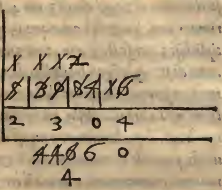
de gli

de gli altri si fece scancellando prima le figure de numeri addoppiati, delle quali ci saremo seruiti. Et questo modo di operare si continoui per insino a tanto che si arriui sotto la ultima figura del propostoci numero. Et non ci esca di mente che ogni volta che nella fine, o mezo di tale operatione ci sopravanzasse un 1. per dito radicale, che in suo scambio vi si ha a porre un zero, cioè un o: il quale si ha ad addoppiare insieme con le già trouate radici, se già non ci occorresse che venisse sotto la ultima figura di tutto il propostoci numero. Ricorderemoci ancora che quando haremo dato fine a l'operatione del trouare questa radice, & che del propostoci numero non ci auanzera cosa alcuna che potremo conchiudere il propostoci numero essere numero quadrato, conciosia che se altrimenti occorresse il detto numero non sarebbe numero quadrato, nè la radice trouata di esso numero si potrebbe chiamaare radice quadrata, ma radice del maggior quadrato numero che si trouasse dentro al propostoci numero. Conciosia che tutti i numeri non son numeri quadrati. Quel che auanza trouata la radice, si denomina dalla radice addoppiato: la qual radice ancor che ella non sia la vera radice del propostoci numero, è nondimeno molto vicina alla uerità. Da queste cose ne seguita che qual si voglia numero quadrato, multiplicato per numero quadrato, faccia numero quadrato, et che ogni radice ancora addoppiata di qualunque numero quadrato, multiplicata per se stessa produca il quattro tali del suo quadrato. Et che quel rispetto, o proportione che tra la radice alla radice, la ha ancora il numero quadrato al numero quadrato, & così per il contrario. Onde la proportione de quadrati si generà dalla proportione delle loro radici, multiplicata in se stessa. Et se ci sarà nota la radice della proportione de quadrati, ci sarà ancor nota la proportione delle radici, ma non uoglio che noi parliamo hora delle proportioni, hauendone già il nostro

Carlo

Carlo Lenzoni scritto a dilungo in questa lingua, nō meno dottamente che accuratamente, in quel libro che egli fece in difesa di Dante. Però tornando al nostro proposito daremo lo esempio delle cose dette di sopra, accioche elle sieno piu chiare & piu manifeste.

Dicasi che si vogli trouare la radice 5 3 0 8 4 16 pongasi questo numero come si disse & tirisili sotto due linee a trauerso & con alcune lineette che a piombo diuidino a dua a dua dette figure cominciandoci da destra & uenendo uerso la sinistra, come nel disegno dirincontro si uede, considerisi adūque la prima figura del



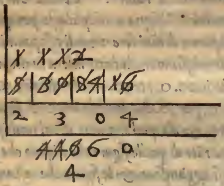
propostoci numero, et vadisi a cercarla nella destra colometta della già fatta tauola, il qual numero non trouerai cosi precisamente appunto. Et però di quegli ui sono, piglisi il minore di quelli che piu se li appresono, come che essendo il 5. il 1. del propostoci numero, torremo nella colonna destra della tauola, il 4. che è il piu vicino che vi si troua & minore, & guarderemo nella sinistra colonna della detta tauola, che numero semplice, o dito li corrisponda, & trouando che egli è il 2. lo porremo sotto a detto 5. infra l'una & l'altra delle linee si tirarono a trauerso, dicasi dipoi 2. uie 2. fa 4. & traggasi 4. di 5. ci restarà 1. il qual uno si metta sopra il 5. & al 5. si dia di penna, dicasi di nuouo 2. uie 2. fa 4. & pongasi 4. sotto a tutta dua le linee tirate a trauerso, rincontro alla figura che segue, che è il 3. Finito questo primo modo di operare, trouisi lo altro dito che fra le linee

 a tra=

a trauerso si ha a porre sotto il 0. in questo modo, partasi il 13. per il 4. & ce ne uerrà 3. per parte, & ce ne auãzerà uno, il qual 1. cõ il 0. che segue farà 10. dal qual conseguentemente si potrà cauare il quadrato del 3. detto, mettasi adunque il tre fra le linee tirate a trauerso rincontro al 0. & dicasi 3. uie 4. fa 12. il quale tratto de 13. ce ne rimane uno, scancellisi adunque 13. & sopra il 3. si põga 1. dipoi multiplichisi 3. per se stesso, & ce ne uerrà 9. il qual numero se lo trarremo di 10. & põgasi sopra il 0. lo 1. & oltra questo si scancelli il 4. numero primo addoppiato della trouata radice; finalmẽte addoppisi l'uno & l'altro dito della addoppiata radice, come è il 23. & ce ne uerrà 46. il quale numero pongasi di nuouo sotto le linee tirate a trauerso, ponendo 6. rincontro allo 8. & 4. rincontro al 0. Douerremmo conseguentemente trouare il terzo dito, che si ha a collocare fra l'una et l'altra linea delle tirate a trauerso incõtro, nõ alla prima figura che segue del propostoci numero, ma alla altra che uiene ad esser la quinta, cioè il 4. Ma perche allo addoppiato numero 46. ui risponde sopra solamente 18. il quale numero nõ si potrebbe diuidere p 46. però bisogna porui un zero 0. in cambio di dito, perche un 1. sarebbe troppo, il qual 0. si debbe porre sotto il 4. fra l'una & l'altra delle linee a trauerso. Fatto questo scancellisi 46. che è il numero addoppiato della passata trouata radice: & di nuouo addoppisi 230. & ce ne uerrà 460. il qual numero pongasi sotto le linee tirate a trauerso il 0. sotto lo 1. il 6. sotto il 4. & il 4. sotto lo 8. del propostoci da prima numero. Finalmente partasi il 1841. per il poco fa addoppiato numero 460. alquale ei corrisponde, & ce ne uerrà 4. per parte & auanzeracci 1. il quale 1. con il 6. che è l'ultima figura del propostoci numero farà 16. dal quale si potrà trarre il quadrato da farsi com e si ricerca, pongasi adunque 4. sotto il 6. fra l'una & l'altra delle linee tirate a trauerso, & dicasi quattro uie 4. fa 16.

il quale

il quale tratto dal 18. di sopra ci resterà 2. scancellisi adunque 18. & sopra lo 8. si ponga 2. Dicasi dipoi 4. uie 6. fa 24. traggasi 24. dal 24. che li è a corrispondentia sopra non ce ne rimarrà niente, scancellisi adunque 24. & il 0. si lasci stare, il quale ancor che sia la prima figura del numero addoppiato, non è atta nata come piu uolte si è detto a produrre cosa alcuna. Dicasi ultimamente 4. uie 4. fa 16. & traggasi 16. dal 16. che sopra li ccorrisponde, ne ci auanzerà cosa alcuna perilche il propostoci numero 5. 30. 84. 16. sarà numero quadrato, la sua trouata radice sarà 2304. nelle altre cose si tenga il medesimo ordine ma per maggior chiarezza si replica la forma delle figure.



numero propostoci.

radice quadrata.

numeri doppi delle radici.

Come si caui detta radice occorrendoci rotti.

P*Arci ragioneuole mettere a campo uno altro modo da trouare le radici quadrate molto piu esattamēte, accioche coloro che uorrano possino trouarle piu a piunto di quali si uoglia numero, ancor*

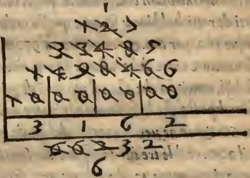
 che

che gli neghino nello operare come interuiene de rotti. Propostoci adunque qual si vogli numero del quale si uogli cauare la radice quadra aggiungasi a detto numero verso la destra quel numero de zeri che ci piace, ma che siano di numero pari come 00. 0000. 000000. & cosi successiuamente accrescendone dua per uolta, & di quel numero che ce ne resulta, cauisene la radice quadrata secondo quella regola che di sopra si è detta, lasciando però del tutto da parte qual si voglia resto, che ce ne rimanessi se per sorte nello operare ce ne occorresse. Fatto questo lieuisi dipoi da essa radice quadrata la metà delle figure a corrispondentia de 0. che ui aggiugnemmo; cioè, se ui aggiugnemmo sei 0. leuisi uia 3. figure, & le altre verso la sinistra si serbino, per lo intero numero della radice. Leuate via dipoi queste figure della detta radice; Bisogna multiplicarle per qual si voglia numero nel quale ci parra di diuidere vna di esse parti intere, come saria p 10. se noi diuidessimo detta parte intera in decine 0. per 20. se noi la diuidessimo in 20. 0. per 30. diuidendola in 30. 0. per 40. diuidendola in 40. 0. per 50. diuidendola in 50. 0. finalmẽte per 60. diuidendola in 60. & da quel ci viene di tal multiplicato lieuinsi uia da man destra tãte di quelle figure che ui sono che siano per la metà de 0. che ui si aggiunseno, & le figure che restano da man manca poni dopo il numero del già trouato intero, conciosia che eglino hanno a seruire per la prima sorte de rotti che ci saranno uenuti dalla diuisione che harem fatta dello intero, Di nuouo le figure che poco fa si leuaron uia, multiplichinsi p la medesima sorte di diuision che facemmo, & da quel che ce ne uiene lieuinsi uerso la destra tante figure quante se ne leuaron da prima, & quel ci resta pongasi appresso a primi rotti, che ha a seruire per i secondi rotti che ci vengano secõdo la diuisione che haremo da principio osseruata. Et questo faccisi tante uolte, che ci rimanghino a punto tanti, quãti la metà de

0. che

o. che si aggiunsono. Conciosia che per questa uia si potra cauare assai precisamente & a punto secondo il numero de gli aggiunti o. la radice del propostoci numero. Dal che ne seguita che quanti piu o. si aggiugneràno al propostoci numero, tàta piu esatta radice quadrata caueremo di detto numero. Ma vengasi allo esempio & dicasi che vogliamo cauare la radice di 10. aggiungasi ad esso 10. sei o. & sarà 10000000. la radice quadrata del quale numero secondo lo ammaestramento passato sarà 3162. come mostra il disegno delle figure che segue, & ci è rimasto di resto come si vede 1756. del quale non terrem conto alcuno, conciosia che non ci causerà errore sensibile, o notabile, licuisi adunque via le tre ultime figure di detta radice, cioè 162. che sono per la metà de sei zeri, che si aggiunseno & 3. serbisi còciosia che egli è lo intero, cioè il primo numero della futura radice, dicasi dipoi che noi habbiam diuiso uno di questi interi in 60. & che tutte le parti de rotti habbino a seruare questo ordine, multiplicheremo adunque 162. per 60. & ce ne verrà 9720. dal qual numero tolgasi di nuouo via tre delle ultime figure, cioè 720. & la quarta figura serbisi, conciosia che ella è il numero de primi rotti che si ha a porre subito dopo il 3. che lasciammo per intero, multiplichisi di nuouo 720. per 60. & ce ne uerrà 43200. dal quale numero se noi leuerem uia il 200. cioè le tre ultime figure che sono la metà de o. vi aggiugnemmo ci auanzerà 43. il quale numero seruirà per 43. secondi, cioè per la seconda sorte de rotti, multiplichisi dipoi 200. per 60. & ce ne verrà 12000. dal qual numero leuando le tre ultime figure che non significano cosa alcuna, ci rimarrà 12. che seruiranno per la terza sorte de rotti, & non si debbe nella operatione procedere piu oltre, percioche le ultime tre figure che si son leuate via non haueuono, essendo tre o. significato alcuno, ma erano del tutto simili, ancor che per la metà alli aggiunti o. Potremo adunque cõsiderare di hauere

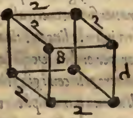
uere in questo modo cauata la radice del 10. la quale è 3. interi 9. minuti, 43. secondi & 12. terzij hauendo diuiso lo intero in 60. & successiuamente in 60. ancora li altri suoi dependenti, & auuertiscasi che il simile si può fare di qual si voglia numero, & siano che & quante figure si uoglino. Potrebbesi nondimeno trouata che hauessimo la radice detto 3162. pigliare il 3. per lo intero come si fece di sopra lo 1. per la decima parte d'uno intero, cioè per 10. minuti se hauessimo diuiso lo intero in decine & il 6. per 6. decimi del minuto che sarebbon sei secondi & 2. finalmente per 2. decimi di un secondo, osseruando la proportion della diuisione a decine, ma piu esattamente mi pare si faccia nell'altro modo, nondimeno ciascun si serua nello operare di quel modo che piu li piace, che finalmente non rilieua cosa che importi quasi niente, & eccone la forma dello operare.



Come si trouino le radici cubiche.

IL cauare la radice cubica di alcun numero, non è altro che saper ritrouare alcun numero che multiplicatolo una volta sola per se stesso, rimultiplicare quel che ce ne sarà venuto un altra volta per se stesso causi il propostoci da prima numero se ei sarà numero cubico, ouero adempia il numero cubico maggiore, che sarà detro al propostoci

postoci numero, che non fusse numero cubico. Numero cubico adunque si debbe chiamar quello che si genera dalla doppia multiplicatione di alcun numero in se stesso, ouero dal multiplicarlo una sol volta in se stesso & rimultiplicar poi il suo multiplicato ancora p se stesso la radice cubica adunque non è altro che esso numero cubico. Di sorte che il multiplicare cubicamente alcuna cosa, nõ è altro che multiplicare vn numero propostoci due uolte in se stesso, ouero multiplicarlo in se stesso vna uolta, & rimultiplicare il suo multiplicato per se stesso una altra volta, come se noi dicessimo duo vie dua, & duo vie dua fa 8. ouero duo vie dua fa 4. & duo vie 4. fa 8. Tal che lo 8. saria il numero cubico, & il 2. la radice cubica, ilche si debbe intendere a corrispondentia di tutti gli altri numeri simili. Debbesi intendere questo numero cubico per un corpo solido, fatto di sei superficie piane come un dado. Talche dal primo multiplicare di alcun numero i se stesso se ne causi prima il numero quadrato, & piano, o vogliam dire superficiale, & dal rimultiplicar di nuouo detta superficiale



quadratura si causi il numero cubio, come in quel modo che si puo meglio ce vi rappresenta il presente disegno. Il modo ueramente di trouare la radice cubica non è molto differente da quel che poco fa si disse del cauare le radici quadrate. Eccetto primieramente questo che ei bisogna che le figure di quel numero dal quale uorrem cauare la radice cubica si separino a tre per tre con le lincette a piombo cominciandosi dall'ultima et andando uerso la sinistra. Oltra di questo

il Dito trouato & posto sotto la prima coppia da man stanca si ha a multiplicare cubicamente, & tratto quel ce ne viene dal numero di sopra, si debbe il medesimo primo dito rimultiplicare per 3. & l'ultima figura di quel che ce ne viene si ha a porre sotto le linee tirate a trauerso rincontro alla figura del mezo, che si troua infra le lineette che seguono a piombo distribuendo le altre figure uerso la sinistra secondo lo ordine. Il secondo dito dipoi insieme con il primo si ha a multiplicare per tre, & quel ce ne verrà si ha a multiplicare poi per esso dito, ilche non si fa ne' numeri quadrati, & quel che ce ne uiene si ha a cauare a corrispondentia da quel di sopra rispetto all'hauerlo rinterzato, notando quel ci auanzerà di sopra se per sorte ci auanzerà cosa alcuna. Questo dito dipoi si multiplichi cubicamente in se stesso, & traggasi quel che ce ne viene dal numero che ci rimase di sopra. Rinterzonsi poi, cioè si multiplican per 3. amenduoi i trouati diti, & l'ultima figura di quel ce ne viene si ha a porre sotto le linee tirate a trauerso rincontro alla figura del mezo delle tre che sono uerso la destra infra le lineette tirate a piombo, & le altre come le di sopra metter per ordine verso la sinistra trouato di nuouo il terzo dito bisogna rinterzarlo con i già prima trouati diti, & quel che ce ne uerrà si ha di nuouo a multiplicare per se stesso, accioche vltimamente cubicamente multiplicato consumi tutto il numero che sopra li corrisponde, ouero la maggior parte di esso che li è possibile. Tengasi il medesimo ordine del quarto dito delle radici, & di piu se piu ne occorrono fino a tanto che si arriui sotto la vltima figura del propostoci numero. Ne ci esca di mente che i trouati diti delle radici si hanno a metter sempre sotto la figura da destra che viene fra lineetta et lineetta delle a piombo, di detto propostoci numero. Et oltra questo ricorderemoci, che quante volte ci auanzerà uno 1. per il trouato dito, (ilche di necessità ci occorrerà tante volte quante che il numero

mero

mero posto sopra il numero rinterzato, sarà per 10. uolte maggior del la trouata radice multiplicato per detto numero rinterzato) ci bisogna in cambio di esso dito metterui un zero & scancellato, il poco fa rinterzato numero delle radici, rinterzare essa radice che risulterà del detto zero & de primi trouati diti: & l'ultimo dito de rinterzati numeri porlo sotto le linee da trauerso rincontro alla figura del mezo che è infra le lineette a piombo che seguon da destra notando o ponendo l'altre secondo l'ordine uerso la sinistra. Fatto questo si hanno a ritrouare gli altri diti con quella regola che poco fa si è detta fino a tanto che si arriui a l'ultima figura del propostoci numero, & sarà finita la operatione del modo di trouare la desiderata radice. Ne bisogna che altri si marauigli, fatta tutta la operatione se quel che ci auanza sarà il piu delle uolte maggior di essa radice (ilche non interuiene de numeri quadrati) percioche un numero ben piccolo multiplicato cubicamente genera un numero molto grande & quel che ci auãzerà si chiamerà auanzo di radice triplata. Pare adunque che ci sia una sola dificultà nel trouare i diti radicali conciosia che sarebbe cosa lunga & molto fastidiosa lo hauer sempre a discorrere con la mente da.1.per insino a.9. & dal 9.al.1. per trouare finalmente un dito conueniente al bisogno nostro, & però habbiam giudicato non essere fuor di proposito aggiungerci una tauoletta nella quale sieno essi diti, & numeri cubicamente multiplicati di essi diti mediante laqual si possa multiplicare cubicamente tutti i diti, (ilche sarem forzati di fare spesso) & trouare per questa uia il primo numero della futura radice. Considerisi adunque infra i numeri cubici di detta tauoleta qual numero ui sia uguale, o che piu se li appresi, ma però minore al numero, o figure del propostoci numero che saran rasente la prima lineetta delle a piõbo, uerso la destra. Conciosia che il dito che nella colonna sinistra della tauoletta corrisponderà al detto

numero sarà quelloch e si harà a pigliare per la desiderata radice. E tutti gli altri diti finalmente si caueranno dal primo con questa regola. Presupponti di hauere un zero, cioè, un 0. per trouare il desiderato dito; cioè, multiplica per 10. il gia trouato numero della radice conciosia che posto un zero doppo qual si uoglia figura di abbaco accresce per 10. tanti essa figura del numero, & il numero che cosi multiplicato per 10. insieme con il primo dito della radice, ouero con i già trouati diti & con detto zero resulta, multiplichisi per il numero rinterzato sotto le linee da trauerso, & diuidasi per il numero multiplicato posto sopra il rinterzato: Conciosia che quel numero che ce ne uerrà da tal diuisione, sarà sempre dito, & da essere sempre preso per il desiderato dito delle radici. Et se ei ci piacerà esaminare piu diligentemente esso dito, considerisi se quel ci auanzerà fatta la diuisione insieme con la figura che subito segue uerso la destra, faccia un numero maggiore; o almanco uguale, al numero che uiene dalla multiplication cubica di detto dito, conciosia che se egli accadessi altrimenti bisognerebbe pigliare esso dito minore dell'uno o almanco del. 2. come si disse de numeri quadrati. Ma per uenir alla dimostration con lo essempio per maggiore dichiaratione porremo prima la promessa tauoletta.

	Diti	*Num. Cubichi.*
Vn vie uno due uolte	1	1
Dua uie dua duo uolte.	2	8
Tre uie tre tre uolte.	3	27
Quattro uie quattro quattro uolte.	4	64
5. uie. 5. cinque uolte	5	125
6. uie 6. sei uolte	6	216
7. uie 7. sette uolte.	7	343
8. uie 8. otto uolte.	8	512
9. uie 9. noue uolte.	9	729

Propongacisi per essempio questo numero 12812904. delquale si habbia a cauare la radice Cubica. Ordinisi questo numero come già di sopra dello altro si disse, & come mostrerà la figura che segue, insieme con le lineette a piombo, & con le disotto ancora tirate a trauerso. Considerisi dipoi il 12. ilquale è il primo numero o figura uerso la sinistra del propostoci numero separato dalla prima lineetta a piombo, & uadisi con esso nella destra colonna della già fatta tauola, de numeri Cubichi, & cerchisi di esso, questo 12. non ui si trouerà precisamente a punto, & però piglisi il minore che se li auicina che sarà lo 8. & trouercimo che nella colonna sinistra li corrisponde il 2. ilquale è il primo dito della futura radice, pongasi adunque questo 2. sotto il 12. infra l'una & l'altra delle linee a trauerso, & dicasi 2. uie 2. due uolte fa 8. & traggasi 8. da 12. ce ne resta 4. pongasi 4. sopra il 2. del 12. & scancellisi esso 12. Multiplichisi poi per 3. detto 2. & dicasi 3. uie 2. fa 6. & pongasi detto 6. sotto amendue le linee a trauerso rincontro allo 1. che è subito dopo lo 8. della destra. Presupponghiamoci conseguentemẽte di hauer un zero in cãbio del dito che segue di detta radice che insieme con il primo di già trouato dito ci diuenterà 20. ilqual multiplicato per 6. numero rinterzato della già prima trouata radice ci darà 120. diuidasi adunque il 481. che di sopra corrispõde al detto rinterzato numero p 120. & ce ne uerrà 3. per parte, ilqual 3. ha da seruire p il secõdo dito della radice, lasciato 121. di auanzo, il che con il 2. che egli ha da destra fa 1212. dal qual numero si potrà facilmente cauare il numero cubico di esse 3. dette figure, pongasi adunque il 3. fra amendue le linee da trauerso sotto il 2. del 812. che è rinchiuso fra la prima & la seconda delle lineette a piõbo, & multiplichisi l'uno & l'altro dito della radice, cioè 23. p il 6. numero già rinterzato & ce ne uerrà 138. ilche multiplicato per 3. ci darà 414. il che si trarrà dal 481. che corrisponde ad esso numero rinter-

zato, & ci rimarrà 67. scancellisi 481. & pongauisi sopra 67. il 7. cioè sopra lo 1. & il 6. sopra lo 8. Multiplichisi finalmente il 3. cubicamente dicendo tre uie tre uolte fa 27. & traggasi 27. dal 72. che poco fa ci rimase & ce ne resterà 645. lasciato adunque stare il 6. senza toccarlo scancellisi 72. & sopra ui si ponga 45. cioè il 5. sopra il 2. & il 4. sopra il 7. Fatto questo rinterzisi 23. & ce ne uerrà 69. il che pongasi sotto amendue le linee da trauerso, il 9. cioè sotto il 0. & il 6. sotto il 9. del propostoci numero, & scancellisi il prima rinterzato numero cioè il 6. Debbesi finalmente andare esaminando & trouando il terzo dito della radice in questo modo, multiplichisi il 23. che son figure della già trouata radice per 10. aggiuntoui da destra un zero in questo modo 230. ilqual numero della radice già multiplicato per 10. cioè, 230. multiplichisi per 69. già numero rinterzato della trouata radice & ce ne uerrà 15870. partasi adunque per questo 15870. quel che ci rimase di resto corrispondente sopra il detto rinterzato numero, cioè 64590. & haremmo 4. per parte, & ci auanzerà 1110. ilche con il 4. ultima figura di tutto il numero ci farà 11104. numero molto maggiore che il numero cubico che ci uiene dalla multiplication cubica di esse 4. figure. Pongasi adunque 4. fra l'una & l'altra delle linee a trauerso rincontro al 4. ultima figura del propostoci numero, & multiplinchinsi tutti i diti della trouata radice, cioè 234. per 69. numero ultimamente rinterzato, & ce ne uerrà 16146. multiplicato per 4. ce ne uerrà 64584. traggasi adunque 64584. dal sopra notato numero 64590. & ce ne resterà solamente 6. il che si ha a porre sopra il 0. scancellando l'altre figure secondo il solito, multiplichisi finalmente cubicamente il 4. cioè, lo ultimamẽte trouato dito della radice, & ce ne uerrà 64. il che traẽdolo dal 64. che prima ci era rimasto, non ci lascerà cosa alcuna di resto. La onde potremo dire che il da prima propostoci numero 12812904.

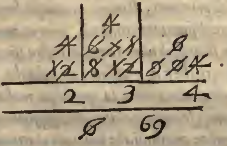
sia

ſia numero Cubico, & che il 2 3 4. ſia la ſua radice cubica, il medeſi mo ſi debbe fare delli altri ſimili. Dalle coſe adunque dette ſi uede manifeſto che ſi truouano molto piu numeri quadrati, che cubichi perche da 1. fino a 1000000. *per un numero cubico ſolo ſe ne troue ranno* 10. *quadrati.*

numero propoſtoci.

radice cubica.

Numeri interzati delle radici.

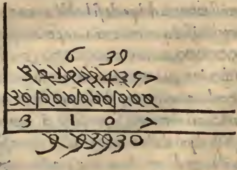


Come ſi caui la Radice Cubica di ogni numero nelquale occorrino Rotti.

P*Ropoſtoci il numero delquale ſi habbi a cauare la radice Cubica aggiunghiuiſi dopo tanti zeri a tre per tre quanti ci piace, cioè,* 000. *ouero* 000000. *ouero* 000000000. *& coſi ſucceſſiuamente creſcendo di* 3. *in* 3. *quanto ci piacerà, & di quel che ce ne uiene cauiſi la radice cubica, nel modo già detto di ſopra non tenendo conto alcuno di quel che ci rimaneſſi ſe per ſorte ci rimnaeſſi coſa alcuna di reſto, traghaſi dipoi dalla trouata radice tante figure dalla deſtra che ſieno per il terzo de zeri che ui ſi aggiunſono, & quel numero che da ſiniſtra ci reſta ſerbiſi da parte per li interi della futura radice.*

Multiplichinſi

Multiplichinsi di poi conseguentemente le figure che si leuaron di detta radice per quel numero nelquale ci saremo resoluti di diuide= re uno intero, come si insegnò nella operatione della radice quadrata, quando si diuise per 60. & ci seruimmo di interi minuti, secondi, terzij. Et di nuouo di quel ce ne sarà uenuto lieuinsi tāte figure, che sieno per il terzo de zeri, che si aggiunsono, & le figure che rimango= no da sinistra, notisi doppo il già posto numero delli interi, che ser= uirà pi minuti, di nuouo rimultiplichinsi le poco fa leuate figure per il medesimo numero, che sia come ne numeri quadrati si disse il 60. & lieuinsi di nuouo da man destra tāte figure che sieno per il terzo de zeri che si aggiunsono. Conciosia che per questa uia si trouerà la radice cubica come la quadrata molto precisamente & molto a punto, secondo lo aiuto dello aggiugnimento de zeri, donde ne segue come ne quadrati, che tanto piu esattamente si trouerà la radice cū= bica quanto piu zeri li aggiugneremo. Ma per maggiore dichiara= tione uerremo all'essempio. Sia il propostoci numero del quale uo= gliam cauare la radice cubica 30. Aggiunghinsi al detto 30. noue ze ri & sarà 30000000000. la radice cubica del qual numero se= condo la poco fa descritta regola, e 3 1 0 7. come la presente figura o forma dimostra.



Lasciando

Lasciando da parte il 6 7 3 3 9 5 7. del che non si ha a tenere conto alcuno, lieuinsi adunque uia le tre ultime figure, cioè 107. *concio= sia che elle sono per il terzo de 9. zeri che si aggiunsono, & l'altra fi= gura, cioè il* 3. *si serbi da parte per il numero intero della futura ra dice. Multiplicato poi il* 107. *per* 60. *come si fece de numeri quadra ti, ce ne uerrà* 6 4 2 0. *dalqual multiplicato lieuinsi uia le* 3. *vltime figure dalla destra, cioè* 420. *& l'altra figura uerso la sinistra, pon= gasi doppo il* 3. *fra l'una & l'altra delle a trauerso che seruirà per i minuti. Multiplichisi di nuouo* 420. *per* 60. *& ce ne verrà* 25200. *delqual numero se noi ne leueremo le* 3. *vltime figure, cioè* 200. *ce ne resterà* 25. *ilche porremo per i secondi, dopo i minuti. Multiplichisi di poi* 200. *per* 60. *& ce ne uerrà* 1 2 0 0 0. *lieuinsi adunque le tre ultime figure cioè, i tre zeri, & ci rimarrà* 12. *da ser= uircene per i terzij. Hora perche le tre figure del multiplicato sono stati zeri, che ultimamente habbiam leuati uguali al tutto alla ter= za parte delli aggiunti zeri non si ha a procedere piu oltre, adunque la radice cubica del propostoci numero che fu* 30. *e* 3. *interi,* 6. *minu= ti.* 25. *secōdi, &* 12. *terzij, il che basti quanto, al trouare l'una & l'al tra radice cioè, quadrata, & cubica senza i rotti o con detti rotti, con ciosia che nelli altri numeri, si potrà sempre procedere a corrispon= dentia.*

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
2	4	35	1225	68	4624	101	10201	134	17959	167	27889
3	9	36	1296	69	4761	102	10404	135	18225	168	28224
4	16	37	1369	70	4900	103	10604	136	18496	169	28561
5	25	38	1444	71	5041	104	10816	137	18769	170	28900
6	36	36	1521	72	5184	105	11025	138	19044	171	29248
7	49	40	1600	73	5329	106	11236	139	19321	172	29584
8	64	41	1681	74	5476	107	11449	140	19600	173	29929
9	81	42	1764	75	5625	108	11664	141	19881	174	30276
10	100	43	1849	76	5776	109	11881	142	20164	175	30625
11	121	44	1936	77	5929	110	12100	143	20449	176	30976
12	144	45	2025	78	6084	111	12321	144	20736	177	31329
13	169	46	2116	79	6241	112	12544	145	21025	178	31684
14	196	47	2209	80	6400	113	12764	146	21316	179	32041
15	225	48	2304	81	6561	114	12996	147	21609	180	32400
16	256	49	2401	82	6714	115	13225	148	21904	181	32761
17	289	50	2500	83	6889	116	13456	149	22201	182	33124
18	324	51	2601	84	7056	117	13689	150	22500	183	33489
19	361	52	2704	85	7225	118	13924	151	22801	184	33856
20	400	53	2809	86	7396	119	14161	152	23104	185	34225
21	441	54	2916	87	7569	120	14400	153	23409	186	34596
22	484	55	3025	88	7744	121	14641	154	23716	187	34969
23	529	56	3136	89	7921	122	14884	155	24025	188	35344
24	576	57	3249	90	8100	123	15129	156	24336	189	35721
25	625	58	3364	91	8281	124	15376	157	24649	190	36100
26	676	59	3481	92	8464	125	15625	158	24964	191	36481
27	729	60	3600	93	8679	126	15879	159	25281	192	36864
28	784	61	3721	94	8836	127	16129	160	25600	193	37249
29	841	62	3844	95	9025	128	16384	161	25921	194	37636
30	900	63	3969	96	9216	129	16641	162	26244	195	38025
31	961	64	4096	97	9409	130	16900	163	26569	196	38416
32	1024	65	4225	98	9604	131	17161	164	26896	197	38809
33	1089	66	4356	99	9801	132	17424	165	27225	198	39204
34	1156	67	4489	100	10000	133	17689	166	27556	199	39601

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
200	40000	233	54289	266	70756	299	89401	332	110224
201	40401	234	54756	267	71289	300	90000	333	110889
202	40814	235	55225	268	71824	301	90601	334	111556
203	41209	236	55696	269	72361	302	91204	335	112225
204	41416	237	56196	270	72900	303	91809	336	112896
205	42025	238	56644	271	73441	304	92416	337	113569
206	42436	239	57121	272	73984	305	93025	338	114244
207	42849	240	57600	273	74529	306	93636	339	114921
208	43264	241	58681	274	75076	307	94249	340	115600
209	43681	242	58564	275	75625	308	94864	341	116281
210	44100	243	59049	276	76176	309	95481	342	110964
211	44521	244	59536	277	76729	310	96100	343	117649
212	44944	245	60025	278	77284	311	96721	344	118336
213	45369	246	60516	279	77841	312	97344	345	119025
214	45796	247	61009	280	78400	313	97969	346	119716
215	46225	248	61504	281	78961	314	98596	347	120409
216	46656	249	62001	282	79524	315	99225	348	121104
217	47089	250	62500	283	80089	316	99856	349	121801
218	47524	251	63001	284	80656	317	100489	350	122500
219	47961	252	63504	285	81225	318	101124	351	123201
220	48400	253	64009	286	81796	319	101761	352	123904
221	48841	254	64516	287	82369	320	102400	353	124909
222	49284	255	65025	288	82944	321	103041	354	125316
223	49729	256	65536	289	83521	322	103684	355	126025
224	50176	257	66049	290	84000	323	104329	356	126736
225	50625	258	66564	291	84681	324	104976	357	127449
226	51076	259	67081	292	85264	325	105625	358	128164
227	51529	260	67600	293	85849	326	106276	359	128881
228	51984	261	68121	294	86436	327	106929	360	129600
229	52441	262	68644	295	87025	328	107584	361	130321
230	52900	263	69169	296	87616	329	108241	362	131044
231	53361	264	69696	297	88209	330	108900	363	131769
232	53824	265	70225	298	88804	331	109561	364	132496

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
365	133225	398	158404	431	185761	464	215296	497	247009
366	133956	399	159201	432	186624	465	216225	498	248004
367	134689	400	160000	433	187489	466	217156	499	249001
368	135424	401	160801	434	188356	467	218089	500	250000
369	136161	402	161604	435	189225	468	219024	501	251001
370	136900	403	162409	436	190096	469	219961	502	252004
371	137641	404	163216	437	190969	470	220900	503	253009
372	138384	405	164025	478	191844	471	221841	504	254016
373	139129	406	164836	439	192721	472	222784	505	255025
374	139876	407	165649	440	193600	473	223729	506	256036
375	140625	408	166464	441	194481	474	224676	507	257049
376	141376	409	167281	442	195364	475	225625	508	258064
377	142129	410	168100	443	196249	476	226576	509	259081
778	142884	411	168921	444	197136	477	227529	510	260100
379	143641	412	169744	445	198025	478	228484	511	261121
380	144400	413	170569	446	198916	479	229441	512	262144
381	145161	414	171396	447	199809	480	230400	513	264169
382	145924	415	172225	448	200704	481	231361	514	265196
383	146689	416	173056	449	201601	482	232324	515	266225
384	147456	417	173889	450	202500	483	233289	516	267256
385	148225	418	174724	451	203401	484	234256	517	268289
386	148996	419	175561	452	204304	485	235225	518	269324
387	149769	420	176400	453	205209	486	236196	519	270361
388	150544	421	177241	454	206116	487	237169	520	271400
389	151321	422	178084	455	207025	488	238144	521	272441
390	152100	423	178929	456	207936	489	239121	522	273484
391	152881	424	179776	457	208849	490	240100	523	274529
392	153664	425	180625	458	209764	491	241081	524	275576
393	154449	426	181476	459	210681	492	242064	525	276625
394	155236	427	182329	460	211600	493	243049	526	277676
395	156025	428	183184	461	212521	494	244036	527	278729
396	156816	429	184041	402	213444	495	245025	528	279784
397	157609	430	184900	463	214369	496	246016	529	280841

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
530	281900	557	310249	584	310262	611	373321	638	407044
531	282961	558	311364	584	342225	612	374544	639	408321
532	283024	559	312481	586	343396	613	375769	640	409600
533	284089	560	313600	587	344569	614	376996	641	410881
534	285156	561	314721	588	345744	615	378225	942	412184
535	286225	562	315844	589	346921	616	379456	643	413449
536	287296	563	316969	590	348100	617	380689	643	414736
537	288369	564	318096	591	349281	618	381924	644	416025
538	289444	565	319225	592	350464	619	383161	645	417316
539	290521	566	320356	593	351649	620	384400	646	418609
540	291600	567	321489	594	352836	621	385641	647	419904
541	292681	568	322624	595	354025	622	386884	648	421201
542	293764	569	323761	596	355216	623	388129	649	422500
543	294849	570	324900	597	356409	624	389376	650	423801
544	295936	571	326041	598	357604	625	390625	651	425104
545	297025	572	327084	599	358801	626	391876	652	426049
546	298116	573	328329	600	360000	627	393129	653	427716
547	299209	574	329476	601	361201	628	394384	654	429025
548	300314	575	330625	602	362404	629	395641	655	430336
549	301401	576	331776	603	363609	630	396900	656	431649
550	302500	577	332929	604	364814	631	398161	657	432964
551	303601	578	334084	605	366025	632	399424	658	434281
552	304704	579	335241	606	367236	633	400689	659	435600
553	305809	580	336400	607	368449	634	401956	660	436921
554	307916	581	337561	608	369664	635	403225	661	438244
555	308825	582	338724	609	373881	636	404496		
556	309136	583	339889	610	372100	637	405769		

Et se perauuentura questa Tauola delle Radici quadrate, non fusse per le tue misure a bastanza, se si misurera la distantia della cosa con piedi, si potrà ridurre la misura de piedi a passi, o a canne, & per questa via le radici sopra dette seruono a qual si uoglia lunghissimo modo di misurare. Potrassi ancora accrescere detta tauola (senza difficultà) in qual si voglia numero se ben volessi che fusse infinito. Ilche si farà in questo modo. Raddoppisi la radice dell'ultimo quadrato del quale si ha cognitione, et a questo numero aggiungasi vno 1. & tutto questo numero si aggiunga similmente allo ultimo quadrato, et ne verrà quel quadrato che segue, il quale si andaua cercando: come per esempio, l'ultimo quadrato di questa tauola è 438244. et la sua radice è 662. raddoppisi questa, & ce ne verrà 1324. se a questo numero si aggiunge vno 1. haremo 1325. & se si aggiugnerà questo numero al quadrato 438244. haremo 439569. la radice del quale sarà 663. Et si aggiugnerà a 1325. un 2. et il medesimo sempre al numero che ce ne viene, et si aggiugnera questa differētia de numeri, a ciascuno daspersè de quadrati di sopra, ce ne resulterà senza maggior fatica il quadrato che segue, come per esempio, dallo aggiugnimento del 1325. al quadrato 438244. si cauò il quadrato 439569. se si aggiugnera al 1325. un 2. la differētia sarà 1327. aggiūghisi a questo ultimo quadrato 439569 & si harà il quadrato che segue, che sarà 440896. la qual cosa ci succedera ancora nel medesimo modo ne gli altri quadrati che seguiranno.

Regola delle tre cose, ouero quattro proportionali.

Dalla diciannouesima Proposta del nono di Euclide, si cauò vna regola come dati tre numeri si possi per loro ritrouare il quarto a loro proportionale, dalla quale si è cauata quella regola che i Ma=

i Matematici chiamano Regola dorata delle quattro proportiona= li, la quale non sarà mai tanto lodata che basti. Questa regola da volgari è chiamata la Regola del tre, o vogliamo dire delle tre co= se, la inestimabile commodità della quale lasceremo giudicare a co= loro che si esercitano in maneggiare i numeri, o le matematiche, con= ciosia che infra le cose proportionali non pare che possa occorrere difi= cultà, o dubbio alcuno che non si leui subito via mediante il benefi= cio di questa regola.

Propostoci adunque quattro numeri proportionali infra di loro, che quel rispetto, o proportione che ha il primo al secondo, lo habbia ancora il terzo al quarto, se perauuentura auuerrà che ci sia ascosa la quantità di alcun di loro, ci sarà facile il ritrouarla mediante lo aiuto delli altri tre in questo modo. Siano i propostoci punti A B C D, *& come lo* A, *corrisponde al* B, *cosi corrisponda il* C, *al* D, *& sia un di loro del quale ci sia ascosa la sua quantità, come per esempio si di= ca che sia il* D, *che è lo vltimo, cioè il quarto per ordine, se noi vor= remo sapere quanto egli è, multiplichisi vno de numeri del mezo nel altro, come è il* B, *nel* C, *ouero il* C, *nel* B, *& quel che ce ne verrà partasi per il primo, cioè per la* A, *che è il primo delle estremità, o te= ste de detti numeri, et sapremo quanto sarà il quarto proportionale. Debbono veramente questi numeri essere talmẽte proposti, o espres si che il primo & il terzo conuenghino insieme quanto al fatto, & quanto al nome, & il secondo ancora similmente con il già trouato quarto. Come se* A, *sarà stata per modo di dire* 8, B 12. *&* C, 10. *la disputa, o dimanda si debbe formare in questo modo, se* 8. *mi dà* 12. *che mi dara* 10. *& ciò si intende delle medesime cose, ualute, o quan tità. Multiplichisi adunque* 12. *per* 10. *ouero* 10. *per* 12. *& ce ne verrà* 120. *il che se noi diuideremo per* 8. *ce ne verrà* 15. *per par te che conuerranno quanto al fatto, & quanto al nome con esso* 12.

8. 12. 10. 15.
A—B. C—D

Et a questo 15. pare che con tal proportione corrisponda il 10. cō quale lo 8. corrisponde al 12. conciosia che l'una & l'altra corrispondo per sesquialtera, cioè per la metà. Adunque se 8. braccia di un panno propostoci vagliono 12 △, 10. braccia ne varranno 15. O se una propostaci ruota in 8. hore hara compito 12. delle sue reuolutioni, ella in 10. hore ne fara 15. ne altrimenti si ha a giudicare de gli altri numeri simili, & similmente proposti ci. Ma quando auuenisse che hauessimo notitia delli altri tre numeri, o termini, & che il primo, cioè lo A, ci fusse nascoso, & volessimo ritrouarlo per il beneficio del saper li altri, percioche i numeri proportionali infra di loro per un verso, sono ancora proportionali per lo altro, & in quel modo che corrisponde il D, al C, cosi corrisponde ancora il B, al A, però ponghinsi i numeri al contrario del modo di prima in questa forma,

15. 10. 12. 8.
D—C. B—A

dipoi tengasi nello operare quella regola che poco fa si è detta multiplicando B, per C, ouero C, per B, & diuidendo quel ce ne viene per il detto D, & questa diuisione ci dara il numero A, che andauamo cercando. Imperoche posto sopra delle lettere la detta corrispondentia de numeri, se 12. multiplicato per 10. ci dara 120. come prima, diuiso poi per 15. ci dara 8. per parte. Al quale 8. il 12. corrisponde in quella medesima proportione che fa il 15. al 10. conciosia che l'una & l'altra è sesquialtera, cioè per la metà piu.

Auuiene adunque il medesimo come che se il secondo numero si multiplicasse per il terzo, & il multiplicato si partissi per il primo. Ma bisogna riuoltare la proportione de termini in questo modo, & propor talmente la disputa, ouero dimanda, che'l numero a noi incognito caschi sempre nel quarto luogo, & quanto poi al modo dell'operare non si ha da discostare dalla data regola generale.

Et quando auuenisse che uno de termini del mezo fusse quello che ci fusse nascoso, come è per modo di esempio il B, che quanto all'ordine,

l'ordine, è il termine, o numero secondo, bisogna anteporre la seconda proportione alla prima, cioè porre gli ultimi duoi termini verso la sinistra inanzi a primi, accioche il B, possa collocarsi nel quarto & ultimo luogo come mostra il presente disegno. Percioche se A, corrisponde al B, come il C, al D (si come presupon la regola) in quel la proportione adunque che corrisponde il C, al D, corrisponderà ancora la A, al B. Preparate in questo modo queste cose multiplichisi D, per A, cioè 15. per 8. ouero 8. per 15. & ce ne verrà di nuouo 120. il qual multiplicato diuiso per il C, cioè per 10. ci darà 12. per parte, ilche sarà la quantità del B, che andauamo cercando, & corrispondera lo 8. al 12. in quella proportione che fa il 10. al 15. cioè per sesquialtera, che vien ad essere per la metà.

10. 15. 8. 12.
C—D. A—B

Ma quando ultimamente auuenissi che hauessimo dibisogno di ritrouare il terzo termine, o numero quanto allo ordine, bisogna riuolgere & i termini, & le proportioni inanzi che si cominci ad operare secondo la regola generale, in quel modo che si disse che si osseruasse hauendo posto il terzo numero nel luogo del quarto, come mostra la presente figura.

12. 8. 15. 10.
B—A. D—C

Et replicando per maggior dichiaratione di tutte le cose dette, i numeri che da prima si son presi, multiplichisi il D, per la A, & diuidasi tal multiplicato per il B, ce ne verrà il C, percioche se si multiplichera il 15. per lo 8. & si partira per il 12. hauendoci dato 120. ci dara 10. per parte che sarà il C. Il medesimo si farà quando non haremo notitia di alcun numero del mezo, come che se si multiplicasse vno delli estremi, cioè posto nel principio, o nel fine per l'altro, & si diuidesse poi quel che ce ne venisse per vno di quelli del mezo che ci fusse noto. Ma auuenga che sia qual si voglia de numeri che ci sia nascoso, & che noi vogliamo sapere, si hanno sempre a riuolgere, & posporre i numeri che ci saramno noti, che quel che ci è na-

scoso

scoso possa porsi nell'ultimo luogo, o vogliamo dire sedia, per ritrouarlo mediante la regola generale, come si è detto di sopra.

Mediante il discorso, o vogliam dire la esamina de quattro passati esempi, si puo facilmente vedere quanto sia indissolubile, & stretta la fratellanza, ouero il legamento de detti quattro numeri proportionali, conciosia cosa che nõ hauendo notitia di vno di essi, & sia qual di loro si voglia, si vede che si genera mediante lo aiuto de gli altri tre che ci sono noti, & che non solamente il primo ha quel rispetto al secondo, che il terzo al quarto, ma fra il primo & il terzo, è la medesima proportione che è fra il secondo & il quarto. Bisogna nondimeno auuertire che doue (fatta come habbiã detto la diuisione) ci auanzasse alcun resto, che fusse minore del Partitore, bisogna ridurlo in piu minuto numero, & ciò bisogna fare tante volte, che non ci resti cosa alcuna della diuisione. Come per esempio se si comperasse quattro libbre di zuchero 15. soldi, & noi volessimo sapere quanto si harebbono a comperar sette delle medesime libbre, bisogna multiplicare 15. per 7. & ce ne verrà 105. ilche partito per 4. ci darà 26. per parte, & auanzeracci 1. hora perche un soldo vale 12. danari, diuidasi quello 1. che ci rimase in 12. il qual 12. ridiuidasi di nuouo per 4. & ce ne verrà 3. conchiudi adunque il desiderato numero 7. che viene ad essere il quarto del quale non haueuamo notitia, si harà a comperare per soldi 26. danari 3. Dalche di nuouo si caua, esso numero che primieramente si ha a diuidere, generato dalla multiplication del secondo nel terzo, ouero dal terzo nel secõdo, douersi risoluere in un numero minore tante uolte quante egli ci accadrà che sia minore del partitore, accioche ei si possa con esso diuidere piu facilmente. Aggiungasi a questo che se alcuno de 3. numeri, de quali habbiam notitia fusse non solo di interi, ma di interi & di rotti, bisogna ridurre detti interi tutti ad vna medesima sorte di

rotti,

rotti, prima che noi entriamo secondo la regola, alla operatione, con tale osseruatione nondimeno, che il primo & il terzo conuenghino nella reduzzione de loro interi. Come per esempio se ci fusse proposto vna ruota che in quattro dì & quattro hore facesse cinque delle sue intere reuolutioni, & volessimo sapere quante reuolutioni ella farebbe in 10. interi giorni. Risoluinsi prima li quattro giorni in hore che saranno 96. perche ogni giorno è hore 24. & quattro ne haueuamo prima che fa 100. hora perche ei bisogna che il terzo numero (quanto allo ordine) conuenga con il primo quanto a fatti & quanto al nome, conuertinsi li 10. giorni in hore che saranno 240. multiplichisi dipoi 240. per 5. & ce ne verrà 1200. ilche partito per 100. ci darà 12. il qual 12. sarà il desiderato numero delle reuolutioni che farà la ruota ne detti 10. giorni, & sarà ancora come si puo considerare, il quarto numero quanto allo ordine del quale non haueuamo notitia alcuna.

ERRORI OCCORSI NELLA STAMPA.

Foglio 2.b.verſi 13.atto non ſi.leggi atto à non ſi.fo.3.a.b ſi ridiuiua leg.ſi ridiuida. f.4.metter un.F.alla linda.f.4.b.uer.27.l'alterza.leg.la lunghezza.fo.7.a.uer.2.ſi riguardera leg.ſi riquadrerrà.f.9.b.uer.1.& la E F leg.& la A F.f.10.b.uer.4.non ci ſi poſſano leg.non ci poſſiamo.f.10.b.uer.13.accoſteremo.leg.accoſteremoci.f.11.una H nel diſegno.& I.fo.11.b.uer.5.ſi puo leg.ſi poſſono.fo.12.b.uer.1.A D E.leg.A D F. fog.18. b. uer.25.il caro leg.il razzo.fog.21.a.uer.4.miſurare che:leggi,a.fog.21.a.uer.5.del G N leggi che il G N.fog.21.a.uer.20 ſpacio.leggi ſpazio & coſi leggerai per tutta la opera doue trouerrai ſpacio. fog.21. a. uer.25.trentaquartesima leg.trentaquattreſima fo.23.a pie del ochi del miſurante aggiũgaſi.I. fog.26.b.18.regolo leg.regola.fogl.28.a. uer. 9.determinatore leg.denominatore.fog.28.b.uer.5.ancora a.leg. ancòra ci auerrà. fo. 36.a uer.2.per 12.legge il 12.fog.41.ricorregger il quadrante con tirar il filo del piombo & metter il D.doue è il B.fog.51.a.uer.14.la braccia leg.le braccia.fog.51.b. uer.1. braccia 15.leggi braccia.5.fog.52.b.uer.1. proportionallo.leg. proportionato. fogl.69. nella figura,il C debbe eſſer un G.fog.70.H leggi ſempre K per tutto. fog. 75. b. nella figura 93.un quinto.leg.93.tre quinti.& il.10.leggi.16.fog.79.b.nella facciata tutta doue è il K.leggi.A.fog.80.b.ſecundo leg.ſecondo.fog.81.a uer.1.all'indietro leg.allo indentro.fog.88.b.nella figura 248 un ſettimo.leg.248.quattro ſettimi.fog. 89.a. nella figura mettaſi una F rincontro al D.fog.96.a.uer.23 a ſguadra leg.a ſquadra.fog.99. non tinſi legg.notinſi uer.16.fog.99.uer.23.non tinſi leg.notinſi. fog.104. uer.6. pigherano leggi piglieranno.fog.105.uer.21 liquali leg.lequali.fog.110.uer.18.dal qual legg.da qual.fog.117.uer.11.detta leg.della, fog.124.b.uer.2.del centro, leggi dal centro.fog. 126.nella tauola il.63.ha adir.36.fog.126.uer.25.quadrali legg.quadrati, fog.129.b. uer. 23.tali legg tanti.fog.130.a.uer.1.5.30.84.16.legg.5308416.

A

B

C

D

E

G

I

L

M

Noruegia

IN VENETIA,
Per Francesco Franceschi Sanese.
1564.